

Universidad Autónoma de Madrid

Departamento de Física Teórica de la Materia Condensada

Transmisión resonante de luz a través de
láminas metálicas nanoestructuradas

Memoria de la tesis doctoral presentada por

Jorge Bravo Abad

para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas

Directores:

Francisco José García Vidal

Luis Martín Moreno

Madrid, octubre de 2006

Agradecimientos

La parte más importante de estos agradecimientos la quiero dedicar a mis directores de tesis: Francisco J. García Vidal y Luis Martín Moreno. Durante estos años, con su paciencia y dedicación, me han transmitido dos valores fundamentales del trabajo científico que espero conservar toda mi vida: la importancia de ser riguroso y el entusiasmo por alcanzar grandes metas. Creo que ambos tienen las cualidades que cualquier estudiante de tesis podría desear para sus directores, son exigentes y competentes. También quiero aprovechar esta sección para agradecerles la posibilidad que me han dado de viajar y asistir a un buen número de congresos internacionales, especialmente estoy muy agradecido por su generosidad durante mi último año de tesis, en el que me permitieron realizar una estancia de investigación en la que comenzar a trabajar de forma más independiente.

También me gustaría agradecer a mis compañeros de grupo en Madrid y Zaragoza: Esteban Moreno, Juan Antonio Porto, Fernando López-Tejeira, Antonio Fernández, Sergio Rodrigo, Giovanni Brucoli y Fernando de León, por las discusiones que hemos tenido sobre física y los buenos ratos que hemos pasado juntos.

Gracias a todos mis compañeros de la “quinta planta” por el ambiente de compañerismo y amistad que existe entre los doctorandos de este departamento. Aquí me gustaría mencionar de forma particular a José Ignacio Perea, mi compañero de despacho durante mucho tiempo.

Además me gustaría dar las gracias a los grupos experimentales con los que he colaborado durante mi trabajo de tesis, especialmente al Prof. Thomas Ebbesen y

a sus colaboradores Cyriaque Genet, Aloyse Degiron y Frederic Przybilla. Gracias a ellos he entendido lo que significa trabajar en contacto con los experimentos.

En el plano institucional, debo agradecer al Ministerio de Educación y Ciencia la financiación recibida para la realización de esta tesis.

Por último, quiero dedicar este trabajo a mis padres y a mi hermano Daniel, sin cuyo apoyo y comprensión esta tesis no hubiera sido posible.

Índice general

Agradecimientos	III
1. Introducción general	1
2. Formalismo teórico	13
2.1. Introducción	13
2.2. El método de la expansión modal	14
2.3. Formulación general de nuestro método	16
2.3.1. Expansión modal y función de Green	17
2.3.2. Coeficientes de transmisión y reflexión	29
2.3.3. Campos electromagnéticos	35
2.4. Cálculo de la función de Green	37
2.4.1. Caso tridimensional	39
2.4.2. Caso bidimensional	43
2.5. Aspectos numéricos	44
2.5.1. Función de Green proyectada y dependencia angular . . .	44
2.5.2. Comprobación de la convergencia	49
2.6. Validez de la aproximación de conductor perfecto	51
3. El caso más simple: transmisión a través de una sola ranura	55
3.1. Introducción	55
3.2. Marco teórico	56
3.3. Transmisión para anchuras mucho menores que la longitud de onda	59

3.4. Transición del régimen menor que la longitud de onda al límite de la óptica geométrica	65
3.5. Conclusiones	68
4. Transmisión extraordinaria y propiedades demultiplexoras de conjuntos finitos de ranuras	71
4.1. Introducción	71
4.2. Formalismo teórico	73
4.3. Propiedades de transmisión	76
4.4. Distribución angular de la luz transmitida	79
4.5. Propiedades demultiplexoras	82
4.6. Conclusiones	85
5. Transmisión extraordinaria a través de conjuntos finitos de aperturas tridimensionales	87
5.1. Introducción	87
5.2. Transmisión resonante de luz a través de cadenas lineales de aperturas	90
5.3. Dependencia de la transmisión con el número de aperturas en redes finitas bidimensionales	98
5.4. Comparación con experimentos en el rango de microondas	104
5.5. Cómo emerge la luz de un array finito de aperturas: comparación con experimentos en el rango óptico	110
5.6. Conclusiones	124
6. Cuasiperiodicidad y desorden	127
6.1. Introducción	127
6.2. Red de Penrose	129
6.3. Propiedades de transmisión	130
6.4. Explicación física: formalismo en el espacio recíproco	133
6.5. Transmisión por agujero	142
6.6. Conclusiones	146
7. Conclusiones generales	147

A. Modos propios de aperturas circulares	149
B. Integrales de solape entre ondas planas y modos propios de aperturas circulares	151
Lista de Publicaciones	153
Referencias	155

CAPÍTULO 1

Introducción general

El gran desarrollo de la tecnología microelectrónica en los últimos 50 años ha permitido la fabricación de dispositivos electrónicos cada vez más eficientes. La ley de Moore, que predice que el número de dispositivos en un chip se dobla cada 18 meses, se ha cumplido desde los años 60. Este progreso ha sido tan espectacular que actualmente los microprocesadores utilizan transistores cuyas dimensiones son del orden de 50nm. Sin embargo, desde el principio de este siglo, este tipo de tecnología basada en el silicio se enfrenta a una serie de problemas fundamentales que requieren ser resueltos. Entre estos problemas cabe destacar el hecho de que las interconexiones metálicas que transportan información digital dentro de los chips, disminuyen su capacidad a medida que el sistema se hace más pequeño [Cadien05]; esta limitación se ha hecho patente en los últimos dos años, en los que el ritmo de aumento de la velocidad de los microprocesadores ha disminuido en gran medida.

Desde hace una década, la tecnología nanofotónica se ha planteado como una seria candidata para resolver los problemas que acabamos de mencionar. Pero los dispositivos fotónicos presentan un aspecto fundamental que limita su miniaturización: el límite de difracción [Born99]. Este límite básicamente establece

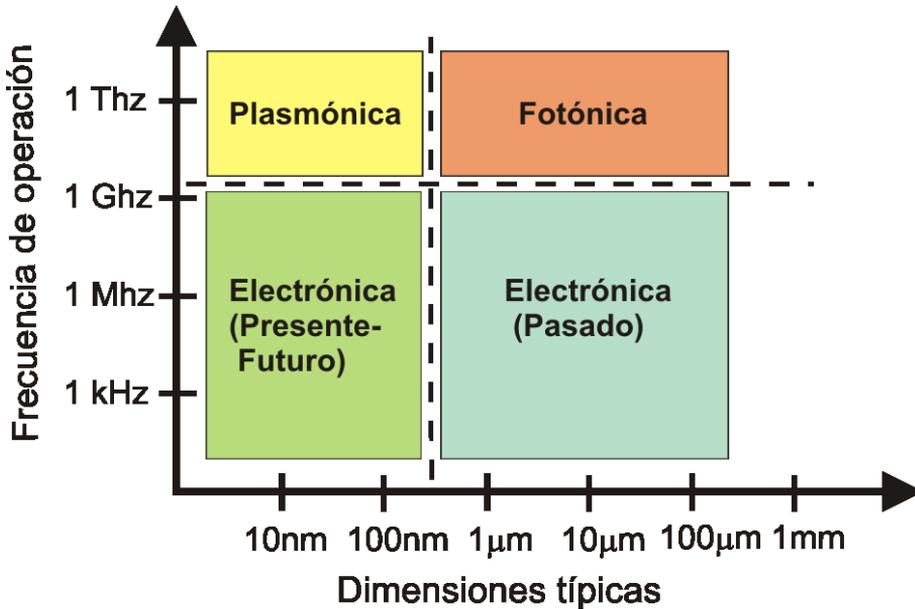


Figura 1.1: Diagrama con la comparación de las distintas frecuencias de operación y dimensiones críticas de los dispositivos basados en las distintas tecnologías discutidas en el texto.

que no es posible confinar un haz tridimensional de luz en un volumen cuya sección lateral sea menor que la mitad de la longitud de onda. El valor de la longitud de onda usada en los circuitos fotónicos es de aproximadamente 1000nm, lo que corresponde prácticamente al tamaño característico de los chips fabricados actualmente. Aunque la introducción de los cristales fotónicos ha aportado algunas soluciones en este aspecto, un cristal fotónico tiene un tamaño de varias longitudes de onda, ya que su periodicidad típica es del orden de la mitad de la longitud onda [Joannopoulos95].

La nanofotónica basada en plasmones de superficie (SPs), también denominada *plasmónica*, constituye uno de los caminos más prometedores para conseguir la miniaturización de circuitos fotónicos. Esto es debido a que la plasmónica combina los dos ingredientes más importantes para el diseño de este tipo de circuitos: la rapidez de operación de la fotónica y la miniaturización de la electrónica. La figura 1.1 muestra un diagrama en el que se comparan las frecuencias de operación y los tamaños típicos de los dispositivos basados en las diferentes tecnologías que hemos mencionado hasta ahora.

Los SPs son modos electromagnéticos que aparecen en una interfase entre un dieléctrico y un metal como consecuencia de la interacción entre la luz y los electrones de conducción de una superficie metálica [Raether88]. La frecuencia de estos modos (ω) y su vector de onda (k_{SP}) pueden obtenerse analizando soluciones de las ecuaciones de Maxwell que decaigan a ambos lados de la interfase. Así, aplicando las correspondientes condiciones de contorno, podemos llegar a la siguiente relación de dispersion para los SPs

$$k_{SP} = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_d \epsilon_m}{\epsilon_d + \epsilon_m}} \quad (1.1)$$

donde k_0 es el vector de onda de la luz incidente. Los parámetros ϵ_m y ϵ_d son las constantes dieléctricas del metal y del dieléctrico, respectivamente.

La figura 1.2 muestra el tipo de relación de dispersión que se obtiene de la ecuación 1.1 asumiendo que la constante dieléctrica del metal está descrita por el modelo de Drude. Como vemos en la figura, para frecuencias bajas el modo de superficie está cerca de la línea de luz y muestra una dependencia prácticamente lineal, mientras a medida que la frecuencia va aumentando, el modo se aleja de la línea de luz y se aproxima a su límite asintótico: $\omega_p/\sqrt{2}$, siendo ω_p la frecuencia de plasma.

La principal consecuencia de que se verifique que $k_0 > k_{SP}$ es que los campos electromagnéticos del plasmón de superficie decaen exponencialmente a cada lado de la superficie metálica. La longitud de decaimiento de los SPs dentro del metal está determinada por la denominada *skin depth* [Jackson99], que es del orden de 20nm, es decir, dos órdenes de magnitud más pequeña que la longitud de onda de la luz en aire. Esta propiedad de los SPs permite la focalización y el guiado de la luz en estructuras con dimensiones mucho menores que la longitud de onda, y puede ser utilizada en el diseño de circuitos optoelectrónicos. Esencialmente este tipo de circuitos operaría de la siguiente forma: primero la luz externa se acoplaría con los SPs; posteriormente estos SPs se propagarían y serían procesados por elementos lógicos; finalmente los SPs se acoplarían de nuevo con la luz externa. Por tanto, uno de los elementos básicos de estos circuitos serían los sistemas de acoplamiento de la radiación externa con los SPs. Existen principalmente tres técnicas para llevar a cabo este acoplamiento [Raether88]: la iluminación de un prisma en condiciones de reflexión total interna, la introducción de un defecto (un

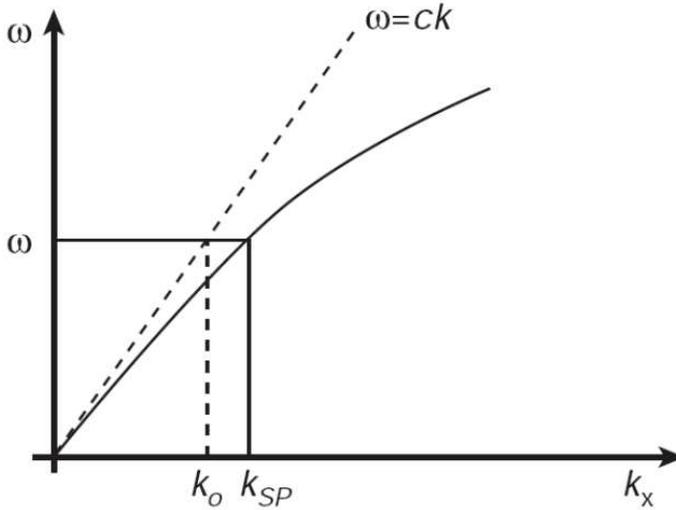


Figura 1.2: Relación de dispersión de un plasmón de superficie. Como se puede ver en la figura, el momento del plasmón ($\hbar k_{SP}$) es siempre mayor que el que corresponde a un fotón en el vacío ($\hbar k_0$) con la misma frecuencia ω .

agujero o una protusión) sobre la superficie metálica y la corrugación periódica de la lámina metálica.

Otro de los elementos fundamentales de los circuitos plasmónicos son las guías de onda para SPs. Actualmente, existe una gran actividad investigadora en este campo. Como un ejemplo, en la figura 1.3 se incluye una imagen de campo cercano de una lámina de oro de 40nm de ancho que actúa como una guía de ondas para SPs [Weeber01].

Como hemos mencionado, una corrugación periódica sobre una superficie metálica permite acoplar la luz que incide sobre la estructura con los SPs (debido básicamente a que la red periódica proporciona el momento necesario para que este proceso tenga lugar). En el caso de láminas metálicas perforadas, como veremos más adelante, este acoplamiento da lugar a las propiedades de transmisión resonante de luz. A continuación, ya que estas propiedades son el principal objeto de esta tesis, describiremos en qué consisten estos fenómenos y los distintos avances que se han realizado para entender completamente los mecanismos físicos que los producen.

El problema de la difracción electromagnética de una onda plana a través de

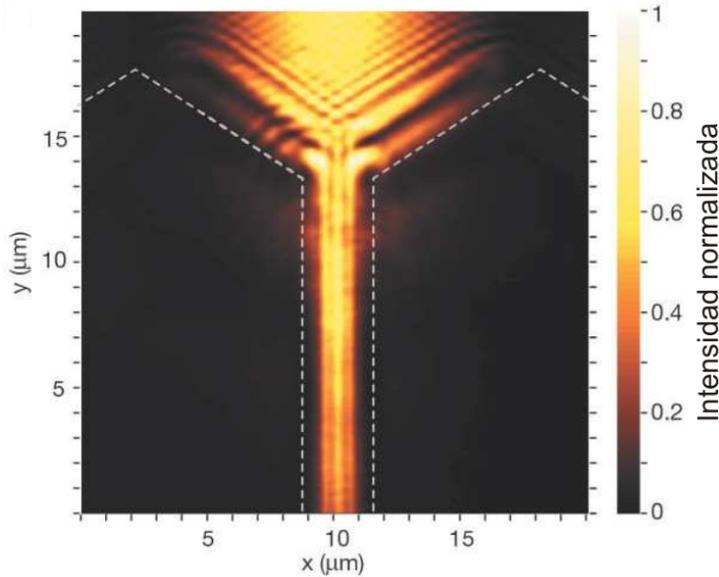


Figura 1.3: Imagen de campo cercano de la propagación de un plasmón de superficie a lo largo de un lámina de oro de 40 nm de ancho.

una apertura tridimensional en una lámina metálica fue resuelto por primera vez de forma completa (es decir, dentro de una teoría vectorial) en 1944 [Bethe44]. La teoría de Bethe establece que la eficiencia de transmisión de flujo electromagnético a través de una apertura circular realizada sobre una lámina metálica infinitamente delgada es proporcional a $(a/\lambda)^4$, siendo a el radio de la apertura y λ la longitud de onda de la radiación incidente. Así, en el límite en el que el radio de la apertura es mucho menor que la longitud de onda de la luz incidente ($a \ll \lambda$), la apertura sólo transmite una fracción despreciable de la energía electromagnética que incide sobre ella. Más de cuarenta años después de la publicación del trabajo original de Bethe, A. Roberts demostró numéricamente que el efecto de incluir el tamaño finito de la lámina disminuye aún más la transmisión a través de la apertura [Roberts87].

La teoría de Bethe parecía explicar correctamente las propiedades de transmisión a través de aperturas mucho menores que la longitud de onda, hasta que en 1998 T.W. Ebbesen y sus colaboradores descubrieron de forma casual, mientras examinaban las propiedades ópticas de cavidades cilíndricas en láminas metálicas, un fenómeno que entonces resultó muy sorprendente: encontraron que

un conjunto periódico de aperturas de tamaño nanométrico perforadas en una lámina metálica mostraba una transmisión órdenes de magnitud mayor que lo que predecía la teoría de Bethe [Ebbesen98]. De hecho, no sólo la transmisión era mucho mayor de lo que se esperaba de la teoría clásica de difracción, sino que su valor era más grande que el área ocupada por los agujeros, lo que implica que incluso parte de la luz que incide en las regiones metálicas entre los agujeros es transmitida a través de la estructura. Este fenómeno fue denominado en el artículo original como *transmisión extraordinaria de luz*. Como ilustración, en la figura 1.4 se ha incluido una imagen de una de las muestras típicas utilizadas en este tipo de experimentos y su correspondiente espectro de transmisión (paneles izquierdo y derecho, respectivamente). La línea verde del panel derecho muestra el valor de la longitud de onda a la que el modo de guía de onda con menor frecuencia dentro de los agujeros pasa de ser propagante a evanescente. Como se puede observar en la figura, en el espectro de transmisión aparecen una serie de picos resonantes en un intervalo de longitudes de onda donde todos los modos dentro de los agujeros son evanescentes. También podemos ver en la figura que cada máximo lleva asociado un mínimo de transmisión. Este mínimo corresponde a la denominada anomalía de Wood [Wood02].

Desde su descubrimiento, la transmisión extraordinaria de luz ha generado una gran cantidad de trabajos dedicados al análisis de los aspectos fundamentales de este fenómeno [Popov00, Martín-Moreno01, Collin01, Muller03, Sarrazin03, Genet03, Barnes04, Koerkamp04, Gordon04, Derigon04, Schouten05]. Además, también cabe destacar que las propiedades de transmisión extraordinaria han dado lugar a un buen número de aplicaciones que van desde sensores hasta dispositivos opto-electrónicos [Williams04, Brolo04, Nahata03, Luo04, Ishi05, Shinada03].

Los primeros tratamientos teóricos de la transmisión extraordinaria consideraron el homólogo bidimensional del sistema analizado en [Ebbesen98], es decir, un conjunto periódico de ranuras en una lámina metálica [Schroter98, Treacy99, Porto99]. En estos trabajos se demostró que este tipo de estructuras también presenta propiedades de transmisión extraordinaria y aunque de gran interés por sí mismas, no son adecuadas para explicar el comportamiento de redes de aperturas tridimensionales: en el caso de un ranura siempre existe un modo guía

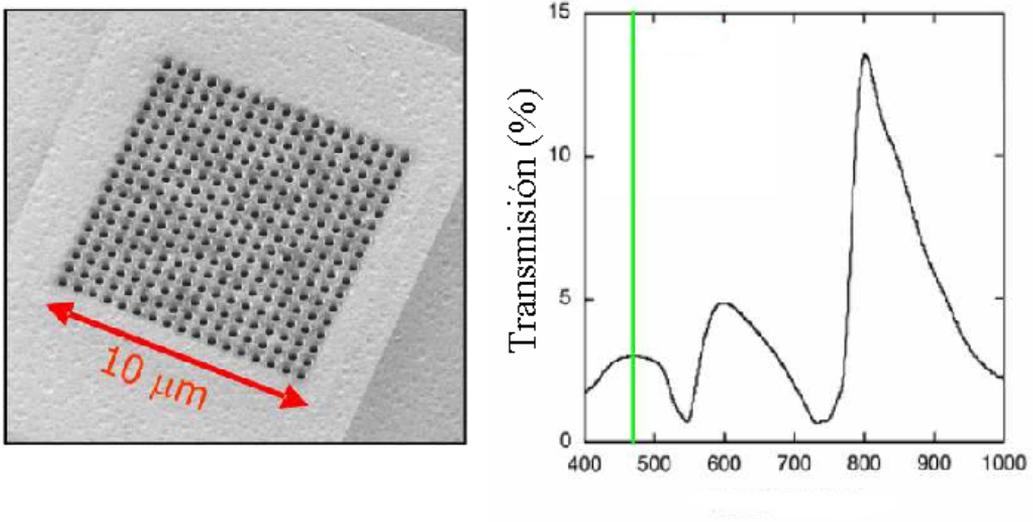


Figura 1.4: Panel izquierdo: Imagen obtenida con SEM de una de las redes de aperturas utilizadas en los experimentos de transmisión extraordinaria de luz. Panel derecho: Espectro de transmisión de la estructura mostrada en el panel izquierdo. La línea verde representa el valor de la longitud de onda a la que el modo con la frecuencia más baja de los agujeros pasa de propagante a evanescente.

de onda propagante dentro de la ranura, mientras que para aperturas en tres dimensiones, existe una longitud de onda a partir de la cual todos los modos dentro de las aperturas son evanescentes.

En 2001 aparecieron simultáneamente los primeros trabajos que ofrecían un tratamiento completamente tridimensional de este problema [Martín-Moreno01, Salomon01]. En particular en [Martín-Moreno01], se dio una explicación de las propiedades de transmisión resonante en términos de un mecanismo de *tunneling* a través de los SPs existentes en las dos interfases de la lámina metálica. Inicialmente, debido a que a la longitud de onda correspondiente al SP aparecía un mínimo de la transmisión, algunos trabajos cuestionaron el papel de los modos de superficie en los fenómenos de transmisión resonante [Cao02]. Sin embargo, actualmente es aceptado de forma general que la transmisión extraordinaria a través de láminas metálicas perforadas se produce gracias a la presencia de los SPs. Cabe mencionar aquí que recientemente la existencia del mencionado mínimo de transmisión en la longitud de onda correspondiente al SP se ha explicado

en términos de la interferencia entre la radiación que es transmitida directamente a través de los agujeros y la que es transmitida mediante un mecanismo resonante [Genet03]. Este modelo Fano de los procesos de transmisión extraordinaria ofreció también una visión alternativa de la existencia de un máximo de transmisión a una longitud de onda ligeramente mayor que la correspondiente al plasmón de superficie.

Hasta ahora sólo nos hemos referido a la transmisión extraordinaria a través de láminas metálicas en el rango óptico. Sin embargo, también en 2001 se demostró que es posible obtener transmisión resonante incluso en el caso de un conductor perfecto (es decir, tomando una constante dieléctrica $\epsilon = -\infty$ en las regiones metálicas) [Martín-Moreno01]. Esto llevó a la observación de propiedades de transmisión extraordinaria en diferentes regímenes de longitudes de onda, tales como THz (tanto en semiconductores dopados [Rivas03] como en metales [Qu04, Ye04, Cao04]) y microondas [Beruete04, Hibbins05]. En estos casos, las propiedades de transmisión resonante tienen lugar gracias a los modos de superficie que aparecen cuando introducimos una corrugación en la superficie de un conductor perfecto [Maystre82]. Estos modos de superficie, en el régimen en el que la longitud de onda es mucho mayor que el tamaño de los agujeros, tienen una relación de dispersión muy similar a la de los plasmones de metales realistas [Pendry04, García-Vidal05], pero está gobernada únicamente por los parámetros geométricos que definen la estructura. Esta propiedad permite pensar en la posibilidad de crear elementos ópticos para estos modos de superficie a través de modificaciones en la geometría de las corrugaciones realizadas sobre la superficie.

Por otro lado, cuatro años después del descubrimiento de la transmisión extraordinaria de luz, se demostró experimentalmente que es posible encontrar transmisión resonante de luz en aperturas aisladas de tamaño mucho menor que la longitud de onda [Lezec02]. Esta propiedad puede conseguirse si se realiza una corrugación periódica en la interfase de la lámina que está iluminada externamente. En [Lezec02] también se demostró que si la superficie de salida es corrugada periódicamente, la luz que emerge de una sola apertura puede ser colimada en un haz muy estrecho. Posteriormente este tipo de fenómenos fueron encontrados experimentalmente también en el rango de microondas [Hibbins02, Akarca-

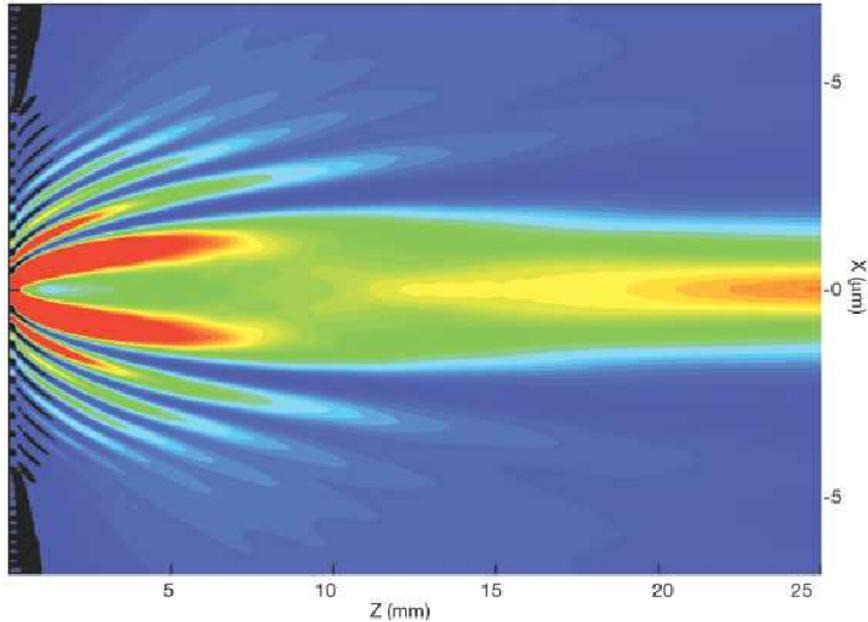


Figura 1.5: Corte transversal de la intensidad del campo eléctrico de la luz que emerge de una ranura de 40nm de ancho realizada en una lámina metálica de 80nm de grosor. La ranura está rodeada (a izquierda y derecha) por dos conjuntos periódicos de 10 canales con la misma anchura, una profundidad de 40nm y con una periodicidad de 500nm.

Biyikli04]. El mecanismo físico que da lugar a estos fenómenos de transmisión y colimación fue explicado en 2003, en términos de la formación de resonancias electromagnéticas de superficie [Martín-Moreno03, García-Vidal03a]. Estos trabajos demostraron que tanto la transmisión extraordinaria como la colimación de luz se pueden considerar como prácticamente independientes. De esta forma, la magnitud de la transmisión a través de una apertura no se ve afectada por la existencia de una corrugación en la superficie de salida y, a su vez, el efecto de colimación apenas se ve influenciado por la corrugación realizada en la superficie iluminada de la lámina. Además, en [García-Vidal03b] se mostró numéricamente que, asociado con el efecto de colimación de luz que acabamos de describir, una sola apertura rodeada periódicamente de indentaciones puede actuar como una lente para radiación electromagnética de cierta longitud de onda. Para ilustrar este tipo de efectos, en la figura 1.5 se muestra una simulación correspondiente a la intensidad de campo eléctrico (calculada en resonancia) de la luz que emerge de ranura de 40nm de ancho realizada en una lámina metálica de 80nm

de grosor. La ranura está rodeada (a izquierda y derecha) por dos conjuntos periódicos de 10 canales de la misma anchura, con una profundidad de 40nm y con una periodicidad de 500nm.

Es importante señalar aquí que los fenómenos de transmisión extraordinaria y de colimación de luz que acabamos de describir son generales de la física ondulatoria y se pueden obtener siempre que se puedan formar estados de superficie en la estructura considerada. Esto lo demuestra el hecho de que efectos similares han sido encontrados en sistemas tales como cristales fotónicos [Kramper04,Moreno04] o en ondas de materia [Moreno05].

En la última parte de este Capítulo introduciremos los distintos estudios teóricos que hemos llevado a cabo durante la realización de esta tesis doctoral. A lo largo de esta memoria, presentaremos los resultados correspondientes a las propiedades resonantes de transmisión de diferentes tipos de conjuntos finitos de indentaciones (tanto bidimensionales como tridimensionales) realizados sobre una lámina metálica. Para ello, en todos los casos utilizaremos el mismo formalismo teórico: el método de la expansión modal. Así, antes de presentar los resultados correspondientes a cada una de los sistemas analizados, hemos encontrado conveniente presentar en el Capítulo 2 este formalismo, de forma detallada e incluyendo una explicación de la manera en la que hemos implementado este método para aumentar su eficiencia. Cabe destacar que el método que hemos desarrollado en esta tesis para el caso de aperturas tridimensionales permite calcular la respuesta electromagnética de láminas perforadas por conjuntos finitos que pueden contener miles de indentaciones, algo que no era posible utilizando los métodos numéricos que existían con anterioridad. También, al final del Capítulo 2, incluimos una breve discusión sobre la validez de las aproximaciones utilizadas en nuestro método y la comparación con otras técnicas numéricas utilizadas habitualmente en electromagnetismo; lo que puede resultar de utilidad para determinar el rango de aplicación del formalismo empleado en esta tesis.

Podemos decir que los siguientes Capítulos aparecen en orden creciente de complejidad, en lo que se refiere tanto a las estructuras consideradas como al tratamiento numérico de las mismas. En primer lugar, en el Capítulo 3 estudiamos el sistema más simple que uno puede imaginar donde aparecen efectos de transmisión resonante: una sola ranura en una lámina metálica. Como veremos,

a pesar de su sencillez, esta estructura presenta características resonantes de interés, siendo especialmente relevante la evolución del espectro de transmisión a medida que aumentamos la anchura de la ranura, es decir, a medida que aumentamos el número de modos guía de onda que contribuyen significativamente a la transmisión.

En el Capítulo 4 describiremos la respuesta de un sistema formado por una ranura rodeada a cada lado por un conjunto finito de canales. Estos canales podrán estar situados en la superficie iluminada de la lámina, en la no iluminada o en ambas respectivamente. En este Capítulo extenderemos los estudios presentados en [Martín-Moreno03] y [García-Vidal03a] para el caso de estructuras asimétricas.

El Capítulo 5 contiene los resultados correspondientes al análisis de distintos sistemas finitos ordenados formados por aperturas tridimensionales. Hemos dividido este Capítulo en varias secciones. En la primera de estas secciones, analizaremos las propiedades de transmisión de un sistema con menos simetría que los que se tratan en la mayor parte de trabajos que aparecen en la literatura: estudiaremos la transmisión a través de una cadena lineal de agujeros. La segunda sección del Capítulo 5 la dedicaremos al estudio de la evolución del espectro de transmisión de redes finitas bidimensionales de agujeros, desde el caso de un sólo agujero hasta el caso de una red periódica infinita. En esta sección caracterizaremos la dependencia de las propiedades de transmisión extraordinaria con el número de aperturas. Posteriormente, en la Sección 5.3, presentaremos la primera comparación de los resultados obtenidos con nuestro formalismo y datos experimentales correspondientes al rango de microondas. También en este caso analizaremos como los efectos de tamaño finito afectan a esta comparación. En la Sección 5.4 introduciremos los patrones de transmisión por agujero como una nueva herramienta que nos dará información física acerca de los procesos de transmisión resonante a través de estructuras finitas. En esta sección compararemos los resultados teóricos con patrones de emisión obtenidos experimentalmente en el rango óptico.

En el Capítulo 6 abordaremos el estudio de las propiedades de transmisión extraordinaria de conjuntos cuasiperiódicos formados por un número finito de agujeros. Compararemos estas propiedades con las correspondientes tanto a dis-

tribuciones ordenadas como completamente desordenadas de agujeros. Para este análisis desarrollaremos un formalismo en el espacio recíproco que nos permitirá obtener información física acerca de los procesos considerados. También estudiaremos los patrones de transmisión por agujero de la estructura cuasiperiódica analizada.

Finalmente en el Capítulo 7, se presentarán las conclusiones generales de esta memoria.

CAPÍTULO 2

Formalismo teórico

2.1. Introducción

En este Capítulo describiremos detalladamente el marco teórico utilizado a lo largo de la tesis. En primer lugar, introduciremos el método de la expansión modal (también llamado *método de los momentos*), una de las técnicas más empleadas tradicionalmente para el estudio de las propiedades electromagnéticas de superficies metálicas corrugadas y que es la base del formalismo desarrollado en este trabajo. A continuación, se presentará una formulación general de nuestro método, aplicable al análisis de conjuntos, tanto infinitos como finitos, de indentaciones bidimensionales o tridimensionales en una lámina metálica. También expondremos las propiedades numéricas que permitirán llevar a cabo una implementación eficiente de la técnica presentada. Finalmente, discutiremos la validez y el rango de aplicación de las aproximaciones utilizadas. A lo largo del Capítulo, como ilustración del método presentado, se mostraran resultados correspondientes a sistemas representativos de los fenómenos de transmisión resonante.

2.2. El método de la expansión modal

La difracción de luz por superficies corrugadas periódicamente ha sido objeto de estudio desde el principio de la teoría electromagnética. El tratamiento matemático de este problema comenzó con la teoría escalar de difracción de Kirchhoff. Esta teoría ignora el carácter vectorial de la luz, tratando la interacción entre la luz y un objeto de una forma aproximada. Aunque satisfactoria para problemas en los que el tamaño de los objetos considerados (d) es mucho mayor que la longitud de onda de la luz (λ), las aproximaciones realizadas en la teoría escalar dejan de ser válidas cuando $d \sim \lambda$ o $d < \lambda$ [Jackson99].

El siguiente gran avance en el estudio de las propiedades electromagnéticas de superficies metálicas corrugadas tuvo lugar en 1907, cuando Lord Rayleigh publicó el primer método teórico que incluía un tratamiento vectorial de la luz [Rayleigh07]. Este método está basado en la expansión en ondas planas del campo electromagnético (EM) en todo el espacio y originamente fue desarrollado para el estudio de las propiedades de reflexión de conjuntos periódicos de corrugaciones realizadas sobre una lámina metálica. Este tipo de estructuras despertaron un gran interés, debido tanto a sus propiedades especiales de difracción como a la aparición de las denominadas anomalías de Wood [Wood02], consistentes en la existencia de características resonantes en el espectro de reflexión a las longitudes de onda donde un modo de difracción pasa de evanescente a propagante.

La teoría de Rayleigh es capaz de tratar con éxito sistemas cuyas dimensiones características son menores que la longitud de onda ($d < \lambda$). Sin embargo, cuando la relación entre la profundidad de la corrugación superficial y la periodicidad de esta corrugación excede un valor crítico, este método no converge [Hill77]. Por tanto, esta técnica está limitada al caso de una modulación débil de superficie metálica.

Posteriormente, el avance en la tecnología de fabricación de materiales permitió realizar experimentos de reflexión en sistemas que no estaban incluidos en el rango de aplicación de esta teoría. Para analizar estos problemas, diferentes métodos numéricos fueron desarrollados dentro de lo que se conoce como *teoría electromagnética de gratings* [Petit80]. Entre estas propuestas, el método de la expansión modal (MEM) ha resultado ser una de las más versátiles, permitiendo el cálculo de estructuras en las que otros métodos presentan problemas numéri-

cos [Sheng82].

La técnica de expansión modal está basada en la descomposición del campo electromagnético (EM) en modos propios en las distintas zonas del espacio. De esta forma, podemos calcular el campo EM en todo el sistema considerado, lo que hace del MEM una herramienta de gran utilidad para obtener información física de los procesos que tienen lugar en una superficie metálica estructurada.

Se puede afirmar que la utilización del MEM para el estudio de láminas metálicas estructuradas se puede dividir en dos grandes grupos. En primer lugar, durante las décadas de los años 70 y 80, el descubrimiento del SERS (*Surface Enhanced Raman Scattering*) [Fleischmann74] renovó el interés en el MEM como herramienta para analizar la existencia de modos EM localizados en superficies metálicas corrugadas [Wirgin84, López-Ríos84, Wirgin85, Wirgin86, López-Ríos98].

Por otro lado, el descubrimiento experimental del fenómeno de transmisión extraordinaria (EOT) de luz a través de distribuciones periódicas de aperturas en una lámina metálica [Ebbesen98], generó, como ya hemos comentado en la introducción general, una gran actividad investigadora en la que distintos formalismos teóricos (y en particular el MEM) se utilizaron para intentar explicar los mecanismos físicos que originaban este fenómeno. Dentro de este contexto el MEM se aplicó en primer lugar al caso al caso bidimensional (2D), es decir, conjuntos periódicos de ranuras en una lámina metálica [Porto99]. El caso aperturas tridimensionales (3D) no fue analizado hasta más tarde [Martín-Moreno01], debido a los mayores requerimientos computacionales de este tipo problemas. Cabe destacar aquí que en [Martín-Moreno01] el MEM se combinó con un formalismo de *multiple scattering*, lo que permitió obtener una explicación de los efectos de transmisión extraordinaria basada en la existencia de modos EM de superficie.

Todos los marcos teóricos basados en el MEM que hemos mencionado hasta ahora asumen que el sistema analizado es periódico e infinito. El caso de conjuntos finitos de aperturas tanto en 2D como 3D ha recibido una atención menor en la literatura, limitándose al estudio de la transmisión en regímenes donde la longitud de onda es del mismo orden que el tamaño de la aperturas [Roberts87, Park04].

En la siguiente sección se presentarán los detalles de nuestra propuesta teórica

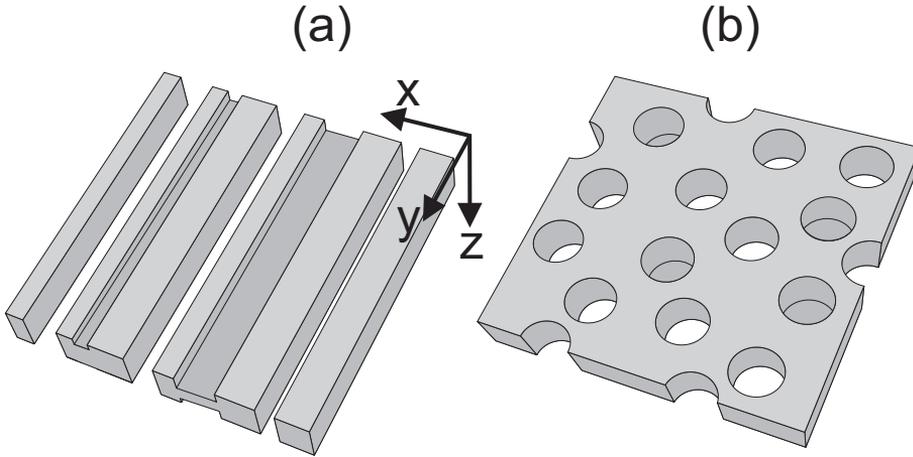


Figura 2.1: Esquemas de las estructuras metálicas analizadas a lo largo de la tesis. El panel (a) muestra el caso bidimensional, es decir, un conjunto de ranuras que perforan una lámina metálica. El panel (b) muestra conjuntos de aperturas tridimensionales realizados sobre una lámina metálica. Como ejemplo, en el caso 3D, sólo se muestran aperturas circulares.

que, basada en el MEM, permitirá el cálculo de todas la magnitudes EM de interés de conjuntos tanto infinitos como finitos de aperturas en una lámina metálica.

2.3. Formulación general de nuestro método

La figura 2.1 muestra el tipo de sistemas estudiados en esta tesis. Nuestro objetivo será el estudio de la respuesta electromagnética de un conjunto de ranuras (ver esquema en la figura 2.1a) o aperturas tridimensionales (ver figura 2.1b) distribuidas en un lámina metálica. Estas indentaciones podrán tener una profundidad menor que el grosor de la lámina o atravesarla completamente. El sistema de referencia utilizado en todo este capítulo también se indica en la figura 2.1. Cabe destacar aquí que dentro de nuestro formalismo las regiones metálicas serán tratadas dentro la aproximación de conductor perfecto (es decir tomaremos su constante dieléctrica $\epsilon = -\infty$). Esta aproximación nos servirá para obtener resultados semi-cuantitativos de los distintos problemas analizados en esta tesis (ver en la Sección 2.6 una discusión sobre su rango de validez).

Como veremos, el formalismo desarrollado en esta sección es válido tanto

para aperturas en 2D como en 3D, por lo tanto, a partir de ahora no haremos distinción entre uno y otro caso y nos referiremos a ambas como *indentaciones*.

Además, nuestro método será aplicable tanto a sistemas periódicos infinitos como a sistemas finitos. En el caso de estructuras finitas, demostraremos que este formalismo permite tratar indentaciones situadas en posiciones arbitrarias de la lámina metálica, pudiéndose considerar diferentes propiedades para cada apertura, es decir, la forma, la constante dieléctrica y la posición de cada apertura está definida por separado del resto de las indentaciones.

Antes de seguir con la presentación del formalismo, cabe señalar que en esta tesis sólo se considerarán soluciones estacionarias de las ecuaciones de Maxwell y, por lo tanto, la dependencia temporal $\exp(-i\omega t)$ será suprimida a lo largo del análisis presentado. La evolución temporal de los campos EM se podría simular usando el formalismo descrito en este Capítulo mediante el cálculo de la respuesta del sistema cuando es iluminado por un conjunto de ondas planas con diferentes vectores de onda.

También es importante comentar que para hallar la respuesta EM de los sistemas considerados basta con resolver las componentes de los campos EM que sean paralelas al plano xy (\mathbf{E}_t y \mathbf{H}_t , respectivamente). Esta elección resulta muy conveniente, pudiéndose obtener las componentes de los campos electromagnéticos en la dirección z (E_z y H_z) mediante las ecuaciones de Maxwell siguientes

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{i\omega}{c} \mathbf{H} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\frac{i\omega\epsilon}{c} \mathbf{E} \quad (2.2)$$

2.3.1. Expansión modal y función de Green

Para el desarrollo de la teoría, en primer lugar asumiremos una supercelda de longitud L_x y L_y en las direcciones x e y , respectivamente. Esta supercelda contendrá la estructura que estemos interesandos en estudiar (ver figura 2.2a). La periodicidad correspondiente podrá ser real, en el caso de un sistema periódico infinito (figura 2.2b), o ficticia, lo que dará lugar a una estructura con un número finito de indentaciones (figura 2.2c). En este último caso, como veremos a con-

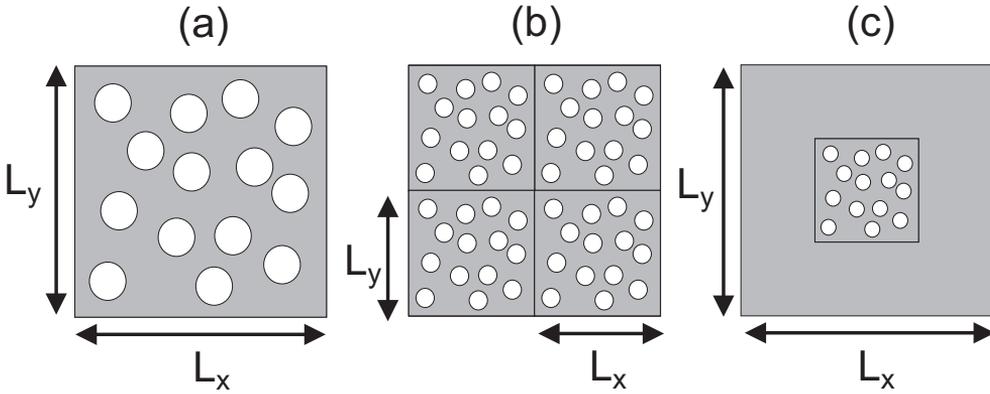


Figura 2.2: Diagramas de los diferentes tipos de supercelda que se pueden utilizar en el formalismo descrito en el texto.

tinuación, deberemos tomar el límite $L_x, L_y \rightarrow \infty$ para que el sistema analizado sea realmente finito.

En segundo lugar, dividimos el espacio dentro de la supercelda en 3 regiones diferentes. La figura 2.3 muestra un esquema de un corte transversal de una indentación, donde las tres regiones mencionadas se etiquetan con I-III. El ancho de la lámina viene dado por h mientras que la profundidad de las indentaciones en la cara de entrada y de salida viene dada por W^{in} y W^{out} , respectivamente. La constante dieléctrica (ϵ) de la región I es $\epsilon = \epsilon_1$, mientras que en la región III $\epsilon = \epsilon_3$. En la región II, $\epsilon = \epsilon_2$ dentro de las indentaciones y $\epsilon = -\infty$ en la región metálica. Esta última condición corresponde a la aproximación de conductor perfecto para las regiones metálicas. La validez de esta aproximación y su rango de aplicación serán discutidos en la última sección de este capítulo.

Con respecto a la iluminación externa, asumiremos que una onda plana incide sobre la estructura con vector de onda \mathbf{k}_0 y cuya dirección está definida por un ángulo polar θ_{inc} y un ángulo azimutal ϕ_{inc} . La polarización de esta onda plana vendrá dada por σ_0 , siendo $\sigma_0=1$ para polarización s y $\sigma_0=2$ para polarización p .

Veamos ahora como podemos expresar los campos EM transversales \mathbf{E}_t y \mathbf{H}_t las regiones definidas anteriormente. Para ello, necesitamos conocer los modos propios que formen una base en la que expandir los campos EM en cada una de estas regiones.

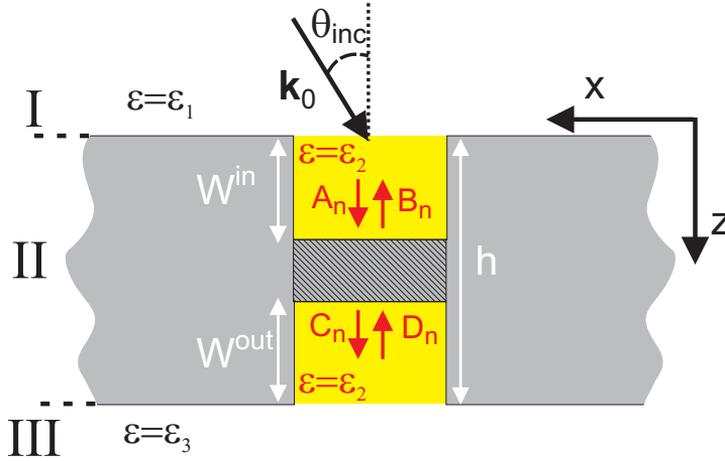


Figura 2.3: Esquema del corte transversal de una indentación en una lámina metálica. Las tres regiones en que se divide el espacio en el formalismo desarrollado están indicadas como I-III. Los parámetros geométricos que definen la profundidad de las indentaciones (W^{in}, W^{out} y h) y las constantes dieléctricas de cada región (ϵ_1, ϵ_2 y ϵ_3) también se muestran en el esquema. \mathbf{k}_0 corresponde con el vector de onda incidente cuya dirección viene definida por el ángulo θ_{inc} y un ángulo azimutal $\phi_{inc}=0$. Los coeficientes modales dentro de las indentaciones están etiquetados como A_n, B_n, C_n y D_n .

En la región I, estos modos propios son ondas planas que, utilizando la notación de Dirac, denotaremos como $|\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^{I\pm}\rangle$. La proyección de $|\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^{I\pm}\rangle$ sobre el espacio real viene dada por

$$\langle \mathbf{r}, z | \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^{I\pm} \rangle = \exp(\pm i k_z z) \langle \mathbf{r} | \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma} \rangle \quad (2.3)$$

donde $\mathbf{r} = (x, y)$, $\langle \mathbf{r} | \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma} \rangle = \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r})$ y $k_z = \sqrt{\epsilon_1 k_0^2 - k^2}$ (con $k = |\mathbf{k}|$ y $k_0 = 2\pi/\lambda$, siendo λ es la longitud de onda de la radiación incidente). El subíndice σ define la polarización: $\sigma=1$ para polarización s y $\sigma=2$ para polarización p . En el caso 3D, las funciones $\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r})$ se pueden escribir de la siguiente forma

$$\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) = \frac{\exp[i(k_x x + k_y y)]}{\sqrt{L_x L_y}} \begin{cases} \begin{pmatrix} -k_y/k \\ k_x/k \end{pmatrix} & \text{si } \sigma=1 \\ \begin{pmatrix} k_x/k \\ k_y/k \end{pmatrix} & \text{si } \sigma=2 \end{cases} \quad (2.4)$$

Mientras que en el caso 2D, debido a la simetría traslacional a lo largo de la dirección y , la expresión para $\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}$ se puede obtener de 2.4.1 tomando $k_y = 0$ (con lo que la dependencia en y desaparece). Así, en 2D tendremos

$$\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) = \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(x) = \frac{\exp(i k_x x)}{\sqrt{L_x}} \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{si } \sigma=1 \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \text{si } \sigma=2 \end{cases} \quad (2.5)$$

Tanto en 2D como 3D, la normalización de las ondas planas está definida de forma que

$$\langle \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^{I\pm} | \vec{\phi}_{\mathbf{k}'\sigma'}^{I\pm} \rangle = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{\sigma\sigma'} \quad (2.6)$$

El producto interno lo definiremos como

$$\langle \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^{I\pm} | \vec{\phi}_{\mathbf{k}'\sigma'}^{I\pm} \rangle = \int d\mathbf{r} [\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r})]^{T*} \vec{\phi}_{\mathbf{k}'\sigma'}(\mathbf{r}) \quad (2.7)$$

siendo $[\vec{\phi}]^{T*}$ el transpuesto conjugado de $\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}$.

Los modos propios de la región II serán denotados en este Capítulo como $|\vec{\chi}_\alpha^{II\pm}\rangle$, donde α es un índice que corre sobre todos los *objetos* considerados en este problema. Definimos *objeto* como cualquier modo propio en la expansión, es decir, un objeto está caracterizado por la indentación a la que pertenece, su polarización y los índices que determinan su dependencia espacial. Esta notación compacta nos permitirá desarrollar un formalismo válido para indentaciones de cualquier forma geométrica y cuya posición en la lámina metálica sea arbitraria. La autofunción $|\vec{\chi}_\alpha^{II\pm}\rangle$ que define al modo propio de una indentación en la posición $\mathbf{r}_\alpha = (x_\alpha, y_\alpha)$ puede ser escrita como

$$\langle \mathbf{r}, z | \vec{\chi}_\alpha^{II\pm} \rangle = \exp(\pm i \nu_\alpha z) \vec{\chi}_\alpha(x - x_\alpha, y - y_\alpha) \quad (2.8)$$

donde ν_α es la correspondiente constante de propagación del modo en la dirección z . Las funciones $\vec{\chi}_\alpha(x, y)$ en el caso tridimensional tienen expresiones analíticas para agujeros circulares (ver Apéndice A), cuadrados, elípticos y triangulares con sección constante. Para considerar otras formas diferentes, los modos propios

podrían ser calculados con técnicas numéricas como el método *transfer-matrix* [Bell95] o el método basado en el desarrollo en multipolos [Moreno02]. En el caso bidimensional, tendremos que $\vec{\chi}_\alpha(x, y) = \vec{\chi}_\alpha(x)$, siendo las funciones $\vec{\chi}_\alpha(x)$ los correspondientes modos guía de onda dentro de una indentación 2D.

Finalmente, en la región III, los modos propios son ondas planas $|\phi_{\mathbf{k}\sigma}^{III+}\rangle$, con una expresión similar a la dada en las ecuaciones 2.3 – 2.5 pero teniendo en cuenta que ahora $k_z = \sqrt{\epsilon_3 k_0^2 - k^2}$.

A continuación, veamos explícitamente como expandir tanto \mathbf{E}_t como \mathbf{H}_t en términos de los modos propios de cada una de las regiones definidas en la figura 2.3.

En la región I podemos escribir

$$|\mathbf{E}_t\rangle = |\phi_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^{I+}\rangle + \sum_{\mathbf{k}\sigma} \rho_{\mathbf{k}\sigma} |\phi_{\mathbf{k}\sigma}^{I-}\rangle \quad (2.9)$$

$$-\mathbf{u}_z \times |\mathbf{H}_t\rangle = Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^I |\phi_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^{I+}\rangle - \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma}^I \rho_{\mathbf{k}\sigma} |\phi_{\mathbf{k}\sigma}^{I-}\rangle \quad (2.10)$$

donde el vector \mathbf{k} esta definido como $\mathbf{k} \equiv (k_x, k_y)$, siendo $k_x = 2\pi n_x/L_x$ y $k_y = 2\pi n_y/L_y$, con $n_x, n_y = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$. La función $Y_{\mathbf{k}\sigma}^I$ corresponde a la admitancia EM asociada a las ondas planas de la región I, es decir $Y_{\mathbf{k}_1}^I = k_z/k_0$ y $Y_{\mathbf{k}_2}^I = k_0/k_z$. Los coeficientes $\rho_{\mathbf{k}\sigma}$ son las amplitudes de reflexión que debemos calcular. Finalmente, \mathbf{u}_z es el vector unitario en la dirección z .

En la región II, para $0 < z < W^{in}$ tenemos que

$$|\mathbf{E}_t\rangle = \sum_{\alpha} [A_{\alpha} |\chi_{\alpha}^{II+}\rangle + B_{\alpha} |\chi_{\alpha}^{II-}\rangle] \quad (2.11)$$

$$-\mathbf{u}_z \times |\mathbf{H}_t\rangle = \sum_{\alpha} Y_{\alpha}^{II} [A_{\alpha} |\chi_{\alpha}^{II+}\rangle - B_{\alpha} |\chi_{\alpha}^{II-}\rangle] \quad (2.12)$$

mientras que para $h - W^{out} < z < h$

$$|\mathbf{E}_t\rangle = \sum_{\alpha} [C_{\alpha} |\chi_{\alpha}^{II+}\rangle + D_{\alpha} |\chi_{\alpha}^{II-}\rangle] \quad (2.13)$$

$$|\mathbf{H}_t\rangle = \sum_{\alpha} Y_{\alpha}^{II} [C_{\alpha} |\chi_{\alpha}^{II+}\rangle - D_{\alpha} |\chi_{\alpha}^{II-}\rangle] \quad (2.14)$$

donde Y_{α}^{II} define la admitancia EM del correspondiente modo propio, es decir,

$Y_\alpha^{II} = \nu_\alpha/k_0$ si α es un modo TE, mientras que $Y_\alpha^{II} = k_0/\nu_\alpha$ si α es un modo TM.

Finalmente en la región III, el campo EM se puede desarrollar como

$$|\mathbf{E}_t\rangle = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \tau_{\mathbf{k}\sigma} |\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^{III+}\rangle \quad (2.15)$$

$$|\mathbf{H}_t\rangle = \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma}^{III} \tau_{\mathbf{k}\sigma} |\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^{III+}\rangle \quad (2.16)$$

donde $Y_{\mathbf{k}\sigma}^{III}$ es la admitancia correspondiente una onda plana $|\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^{III+}\rangle$ de la región III y $\tau_{\mathbf{k}\sigma}$ las amplitudes de transmisión asociada a esa onda plana.

En el siguiente paso tenemos que aplicar las condiciones de continuidad sobre $|\mathbf{E}_t\rangle$ y $|\mathbf{H}_t\rangle$ en las interfases del sistema.

En primer lugar, consideremos la interfase entre las regiones I y II. De 2.9 y 2.11, tenemos que la ecuación de continuidad de \mathbf{E}_t en $z = 0$ es

$$|\vec{\phi}_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^I\rangle + \sum_{\mathbf{k}\sigma} \rho_{\mathbf{k}\sigma} |\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^I\rangle = \sum_{\alpha} [A_\alpha |\vec{\chi}_\alpha^{II}\rangle + B_\alpha |\vec{\chi}_\alpha^{II}\rangle] \quad (2.17)$$

Si proyectamos la ecuación 2.17 sobre $\langle \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^I |$ obtenemos

$$\rho_{\mathbf{k}\sigma} = -\delta_{\mathbf{k}\sigma, \mathbf{k}_0\sigma_0} + \sum_{\alpha} I_{\mathbf{k}\sigma, \alpha} [A_\alpha + B_\alpha] \quad (2.18)$$

donde la integral de solape $I_{\mathbf{k}\sigma, \alpha}$ viene dada por

$$I_{\mathbf{k}\sigma, \alpha} = \langle \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^I | \vec{\chi}_\alpha^{II} \rangle \quad (2.19)$$

En el apéndice B aparecen expresiones explícitas para esta cantidad tanto para el caso de aperturas 3D circulares y cuadradas como para el caso de ranuras 2D.

Por otro lado, la condición de continuidad para \mathbf{H}_t en $z = 0$ es

$$Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^I |\vec{\phi}_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^I\rangle - \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma}^I \rho_{\mathbf{k}\sigma} |\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^I\rangle = \sum_{\alpha} Y_\alpha^{II} [A_\alpha |\vec{\chi}_\alpha^{II}\rangle - B_\alpha |\vec{\chi}_\alpha^{II}\rangle] \quad (2.20)$$

Proyectando ahora sobre $\langle \vec{\chi}_\alpha^{II} |$ obtenemos

$$Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^I I_{\mathbf{k}_0\sigma_0,\alpha}^* - \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma}^I \rho_{\mathbf{k}\sigma} I_{\mathbf{k}\sigma,\alpha}^* = \sum_{\alpha} Y_{\alpha}^{II} [A_{\alpha} - B_{\alpha}] \quad (2.21)$$

Si introducimos la expresión para $\rho_{\mathbf{k}\sigma}$ de la ecuación 2.18 en la ecuación 2.21 podemos escribir

$$2\iota Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^I I_{\mathbf{k}_0\sigma_0,\alpha}^* - \sum_{\beta} G_{\alpha\beta}^I [A_{\beta} + B_{\beta}] = \iota Y_{\alpha}^{II} [A_{\alpha} - B_{\alpha}] \quad (2.22)$$

donde

$$G_{\alpha\beta}^I = \iota \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma}^I I_{\mathbf{k}\sigma,\alpha}^* I_{\mathbf{k}\sigma,\beta} \quad (2.23)$$

Cabe señalar que $G_{\alpha\beta}^I$ es una magnitud de gran importancia dentro de nuestro formalismo: se puede decir que es la magnitud que gobierna la respuesta EM del sistema analizado. El significado físico será descrito en detalle más adelante.

La ecuación 2.22 define una de las ecuaciones que necesitamos para encontrar el conjunto de coeficientes modales $\{A_{\alpha}, B_{\alpha}\}$.

Para continuar con la descripción de nuestro formalismo, tendremos que distinguir entre las indentaciones que atraviesan completamente la lámina (no existe la región rayada del esquema de la figura 2.3) y aquellas cuya profundidad es menor que la anchura de la lámina.

Supongamos primero que α etiqueta un modo propio de una indentación que traspasa completamente la lámina metálica. En ese caso, se verifica que $A_{\alpha} = C_{\alpha}$ y $B_{\alpha} = D_{\alpha}$. Así, podremos obtener una segunda ecuación para $\{A_{\alpha}, B_{\alpha}\}$ aplicando las condiciones de continuidad de los campos transversales en la interfase II-III. Para ello, de la misma forma que describimos anteriormente, proyectaremos las ecuaciones de continuidad para \mathbf{E}_t y \mathbf{H}_t sobre ondas planas y modos propios de las indentaciones, respectivamente.

De esa forma, en $z = h$ tenemos

$$\sum_{\beta} G_{\alpha\beta}^{III} [A_{\beta} e_{\beta}^{-1} + B_{\beta} e_{\beta}] = \iota Y_{\alpha}^{II} [A_{\alpha} e_{\alpha}^{-1} - B_{\alpha} e_{\alpha}] \quad (2.24)$$

donde $G_{\alpha\beta}^{III}$ tiene la misma expresión que $G_{\alpha\beta}^I$ [ver ecuación 2.23] pero cambiando $Y_{\mathbf{k}\sigma}^I$ por las correspondientes admitancias en la región III ($Y_{\mathbf{k}\sigma}^{III}$). Notéase además

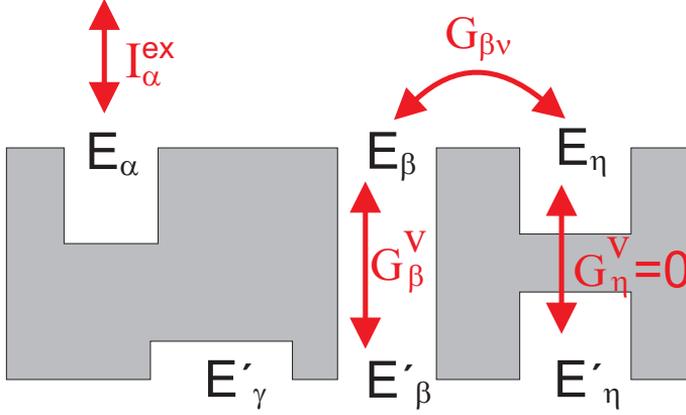


Figura 2.4: Esquema del significado físico de cada uno de los términos que aparecen en el sistema de ecuaciones 2.28.

que, para simplificar las expresiones, en la ecuación 2.24 hemos definido $e_\alpha = \exp(i\nu_\alpha h)$. Del proceso de empalme de campos en la interfase II-III también obtenemos la siguiente expresión para $\tau_{\mathbf{k}\sigma}$

$$\tau_{\mathbf{k}\sigma} = \sum_{\alpha} I_{\mathbf{k}\sigma, \alpha}^* [A_\alpha e_\alpha + B_\alpha e_\alpha^{-1}] \quad (2.25)$$

Las ecuaciones 2.22 y 2.24 nos permitirían resolver el conjunto de incógnitas $\{A_\alpha, B_\alpha\}$, con lo que podríamos calcular tanto el campo EM en todas las regiones del espacio como las propiedades de transmisión y reflexión del sistema considerado.

Sin embargo, en lugar de formular el problema en términos de los mencionados coeficientes modales $\{A_\alpha, B_\alpha\}$, es conveniente reescribirlo en términos de las amplitudes modales del campo eléctrico en las superficies iluminada y no iluminada de cada apertura. Estas amplitudes, que denotaremos como E_α (campo eléctrico $z = 0^+$) y E'_α (campo eléctrico $z = h^-$), se pueden escribir como

$$E_\alpha = A_\alpha + B_\alpha \quad (2.26)$$

$$E'_\alpha = -(A_\alpha e_\alpha + B_\alpha e_\alpha^{-1}) \quad (2.27)$$

donde el signo negativo de la segunda ecuación proviene de la diferencia de signos entre la normal a la superficie cuando nos aproximamos desde $z = 0^+$ y cuando

nos aproximamos desde $z = h^-$.

Como demostraremos más adelante, este cambio de variables nos permitirá establecer una conexión entre una solución basada en la expansión modal de los campos EM y un formalismo basado en un tensor de Green. Además, esta nueva formulación en términos de un tensor de Green nos proporcionará una visión física de los procesos resonantes de transmisión que estudiaremos en los siguientes capítulos.

Utilizando las definiciones de $\{E_\alpha, E'_\alpha\}$ en las ecuaciones de continuidad proyectadas 2.22 y 2.24, obtenemos un nuevo sistema lineal de ecuaciones

$$\begin{aligned} (G_{\alpha\alpha}^I - \epsilon_\alpha)E_\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} G_{\alpha\beta}^I E_\beta - G_\alpha^V E'_\alpha &= I_\alpha^{ex} \\ (G_{\gamma\gamma}^{III} - \epsilon_\gamma)E'_\gamma + \sum_{\nu \neq \gamma} G_{\gamma\nu}^{III} E'_\nu - G_\gamma^V E_\gamma &= 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

donde hemos definido

$$I_\alpha^{ex} = 2i Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^I I_{\mathbf{k}_0\sigma_0,\alpha}^* \quad (2.29)$$

$$\epsilon_\alpha = -iY_\alpha^{II}(1 + \Phi_\alpha)/(1 - \Phi_\alpha) \quad (2.30)$$

$$G_\alpha^V = -2iY_\alpha^{II} \exp(i\nu_\alpha h)/(1 - \exp(2i\nu_\alpha h)) \quad (2.31)$$

Antes de proseguir con el análisis del sistema de ecuaciones 2.28, consideremos cómo cambia este sistema cuando las indentaciones no traspasan la lámina metálica. En ese caso, tendremos que resolver independientemente los conjuntos de incógnitas $\{A_\alpha, B_\alpha\}$ y $\{C_\alpha, D_\alpha\}$. Para ello, en primer lugar tenemos en cuenta que la ecuación 2.22, obtenida para $\{A_\alpha, B_\alpha\}$ a partir de la continuidad de los campos EM en $z = 0$, sigue siendo válida. De la misma forma, aplicando la continuidad de \mathbf{E}_t y \mathbf{H}_t en $z = h$ podemos obtener una ecuación similar a 2.24 pero cambiando $A_\alpha \rightarrow C_\alpha$ y $B_\alpha \rightarrow D_\alpha$. Las dos ecuaciones restantes las podemos obtener aplicando la condición $\mathbf{E}_t = 0$ en $z = W^{in}$ y $z = h - W^{out}$, es decir, teniendo en cuenta que

$$A_\alpha \exp(i\nu_\alpha W^{in}) + B_\alpha \exp(-i\nu_\alpha W^{in}) = 0 \quad (2.32)$$

$$C_\alpha \exp[\nu_\alpha(h - W^{out})] + D_\alpha \exp[-\nu_\alpha(h - W^{out})] = 0 \quad (2.33)$$

Si ahora hacemos el cambio de variables

$$E_\alpha = A_\alpha + B_\alpha \quad (2.34)$$

$$E'_\alpha = -(C_\alpha e_\alpha + D_\alpha e_\alpha^{-1}) \quad (2.35)$$

Llegamos al siguiente sistema lineal de ecuaciones

$$\begin{aligned} (G_{\alpha\alpha}^I - \epsilon_\alpha^{in})E_\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} G_{\alpha\beta}^I E_\beta &= I_\alpha^{ex} \\ (G_{\gamma\gamma}^{III} - \epsilon_\gamma^{out})E'_\gamma + \sum_{\nu \neq \gamma} G_{\gamma\nu}^{III} E'_\nu &= 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

donde $G_{\alpha\alpha}^I$, $G_{\gamma\gamma}^{III}$, y I_α^{ex} tienen la misma definición que en 2.28. ϵ_α^{in} y ϵ_α^{out} están definidos como

$$\epsilon_\alpha^{in,out} = -\imath Y_\alpha^{II} (1 + \Phi_\alpha^{in,out}) / (1 - \Phi_\alpha^{in,out}) \quad (2.37)$$

con $\Phi_\alpha^{in,out} = \exp(2\imath\nu_\alpha W^{in,out})$

Comparando los dos sistemas de ecuaciones 2.28 y 2.36, deducimos un aspecto esencial del formalismo desarrollado: el sistema de ecuaciones 2.28 es válido independientemente de que la indentación traspase o no la lámina metálica. En el caso de indentaciones que no perforan completamente la lámina metálica, debemos hacer $G_\alpha^V = 0$ y sustituir en la definición de ϵ_α la anchura total de la lámina h por la profundidad de la indentación considerada (W^{in} si está en la cara iluminada o W^{out} si está en la cara de salida).

Concentrémonos ahora en la interpretación física del sistema de ecuaciones 2.28. Esta interpretación está esquematizada en la figura 2.4. En primer lugar, caracterizamos el modo α mediante dos amplitudes de campo eléctrico E_α y E'_α , que corresponden a la cara iluminada y no iluminada de la lámina, respectivamente.

El acoplamiento EM entre los objetos α y β viene dado por $G_{\alpha\beta}^I$ en la super-

ficie de entrada ($z = 0^-$) y por $G_{\alpha\beta}^{III}$ en la cara de salida la lámina ($z = h^+$). Este acoplamiento entre aperturas se produce a través de tanto los modos radiativos como evanescentes de las regiones I o III y da lugar a los términos $\sum_{\beta} G_{\alpha\beta}^I E_{\beta}$ y $\sum_{\nu} G_{\gamma\nu}^{III} E'_{\nu}$ en el sistema de ecuaciones 2.28.

Es importante señalar aquí que a partir de la ecuación 2.23 se deduce que la parte imaginaria de $G_{\alpha\beta}^I$ gobierna el acoplamiento EM entre los modos α y β a través de los modos propios propagantes de la región I (es decir, modos que satisfacen $\text{Im}\{Y_{\mathbf{k}\sigma}\} = 0$, donde $\text{Im}\{\cdot\}$ denota la parte imaginaria). De la misma forma, se deduce que la parte real de $G_{\alpha\beta}^I$ representa el acoplamiento EM a través de los modos propios evanescentes de la región I (aquellos que cumplen $\text{Re}\{Y_{\mathbf{k}\sigma}\} = 0$, siendo $\text{Re}\{\cdot\}$ la parte real).

El acoplamiento entre las interfases de entrada y salida de la lámina está controlado por G_{α}^V . Esta cantidad da lugar a los términos $G_{\alpha}^V E_{\alpha}$ y $G_{\gamma}^V E'_{\gamma}$. Como ya mencionamos, $G_{\alpha}^V = 0$ si el índice α corresponde a una indentación que no atraviesa la lámina, es decir, cuando no hay acoplamiento entre la interfase de salida y de entrada de la lámina.

En nuestro formalismo la iluminación externa está incluida a través del término I_{α}^{ex} , que sólo aparece en la ecuación correspondiente a la superficie iluminada de la lámina. I_{α}^{ex} está básicamente gobernado por el solape entre el haz incidente y el modo propio α (ver ecuación 2.29). Aunque en la expresión para I_{α}^{ex} dada en 2.29 hemos supuesto una onda plana como fuente externa de iluminación, podemos incluir en nuestro formalismo haces focalizados.

Finalmente, podemos entender la magnitud ϵ_{α} (o equivalentemente $\epsilon_{\alpha}^{in,out}$) como proveniente de los múltiples rebotes del campo EM dentro de la indentación α .

Por lo tanto, hemos reducido nuestro problema a resolver el conjunto de amplitudes modales $\{E_{\alpha}, E'_{\alpha}\}$ en las aperturas de la lámina metálica. Es decir, en nuestro formalismo tenemos que considerar sólo los campos EM en las dos superficies de las aperturas. Además, como demostraremos, si estamos considerando aperturas mucho menores que la longitud de onda basta con considerar los modos menos evanescentes dentro de las aperturas. Esto aumenta en gran medida la eficiencia del método propuesto comparado con otras técnicas que tienen que tratar numéricamente toda la superficie del metal.

Otra de las propiedades importantes de nuestro formalismo es el hecho de que el sistema de ecuaciones 2.28 es válido tanto para sistemas periódicos infinitos como para finitos. La diferencia entre uno y otro caso está en el cálculo de $G_{\alpha\beta}^{I,III}$.

En el caso de un sistema periódico infinito (en el que el número de indentaciones a tratar es el de una celda unidad), el cálculo de $G_{\alpha\beta}^{I,III}$ es directo usando una ecuación del tipo 2.23. Sin embargo, en el caso de sistemas finitos, como mencionamos anteriormente, debemos tomar el límite $L_x, L_y \rightarrow \infty$. Por tanto, en lugar de una suma discreta, tendremos la siguiente integral sobre modos de difracción

$$G_{\alpha\beta}^{I,III} = \frac{i}{4\pi^2} \sum_{\sigma} \int d\mathbf{k} Y_{\mathbf{k}\sigma}^{I,III} I_{\mathbf{k}\sigma,\alpha}^* I_{\mathbf{k}\sigma,\beta} \quad (2.38)$$

En la Sección 2.3 veremos los detalles de un cálculo eficiente de $G_{\alpha\beta}^{I,III}$ en el caso de sistemas finitos tanto bidimensionales como tridimensionales.

Finalmente, resumiremos los resultados más importantes obtenidos en esta sección: utilizando una expansión de los campos EM en modos propios en las distintas regiones del espacio, hemos llegado a una descripción del problema considerado en términos de la magnitud $G_{\alpha\beta}$, que gobierna el acoplamiento EM entre indentaciones. Esta formulación se resume en el sistema de ecuaciones 2.28, que es válido para sistemas tanto finitos como infinitos y tanto para 2 como 3 dimensiones. La principal diferencia entre estos casos está en el cálculo de $G_{\alpha,\beta}^{I,III}$, que es la magnitud que gobierna el acoplamiento EM entre indentaciones. También cabe comentar que el método descrito aquí puede ser aplicado al caso de aperturas que no tengan una sección constante a lo largo de la dirección z . Para resolver este tipo de problemas, simplemente tendríamos que dividir cada apertura en un conjunto de secciones transversales (perpendiculares a la dirección z) que sean lo suficientemente delgadas para que la constante de propagación de cada modo sea prácticamente constante en cada una de esas secciones. De esta forma las magnitudes G_{γ}^V y ϵ_{α} serían matrices en lugar de escalares pero podríamos utilizar la misma expresión $G_{\alpha,\beta}^{I,III}$ que hemos obtenido anteriormente para calcular el acoplamiento EM entre indentaciones.

2.3.2. Coeficientes de transmisión y reflexión

El estudio de la transmisión y reflexión de luz es una de las herramientas más importantes para explorar las propiedades electromagnéticas de un sistema. Este tipo análisis permite obtener información acerca de los procesos resonantes que tienen lugar en la estructura considerada, ya que estos producirán, como veremos a lo largo de esta tesis, características especiales en los correspondientes espectros.

En esta sección describiremos como calcular, dentro del formalismo presentado anteriormente, tanto la transmisión como la reflexión a través del tipo de estructuras metálicas esquematizadas en la figura 2.1.

En primer lugar, tenemos en cuenta que el promedio temporal del flujo de energía EM que atraviesa por unidad de tiempo las diferentes regiones de la estructura, viene dado por el vector de Poynting $\mathbf{S}(\mathbf{r}, z)$, que está definido como

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, z) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}, z) \times [\mathbf{H}(\mathbf{r}, z)]^* \} \quad (2.39)$$

donde el factor $1/2$ proviene de hacer el promedio temporal de $\mathbf{S}(\mathbf{r}, z, t)$ y \mathbf{u}_z es un vector unitario en la dirección del eje z (ver esquema 2.5).

Para calcular el flujo EM que atraviesa cada unas de las partes de nuestro sistema, definiremos 3 planos (etiquetados como 1, 2 y 3 en la figura 2.5). Por conveniencia, los planos 1 y 3 están definidos como superficies infinitas paralelas a las interfases de la lámina y están situados en $z = 0^-$ y en $z = h^+$, respectivamente, mientras que el plano 2 cubre toda la superficie de la indentación en $z = 0^+$.

Comencemos por el cálculo de la reflexión. El flujo EM que atraviesa el plano 1 en la dirección z (W^I) cuantifica el balance entre el flujo incidente sobre la estructura (W^{inc}) y el que es reflejado por ella (W^{ref} , ver esquema en la figura 2.5). Podemos escribir esta magnitud como

$$W^I = \frac{1}{2} \int_{P1} d\mathbf{r} [\mathbf{u}_z \cdot \mathbf{S}(\mathbf{r}, z = 0^-)] \quad (2.40)$$

donde S_z es la componente z del vector de Poynting en la dirección z y donde $P1$ denota que la integral se hace sobre la superficie del plano 1.

Equivalentemente, W^I se puede expresar como

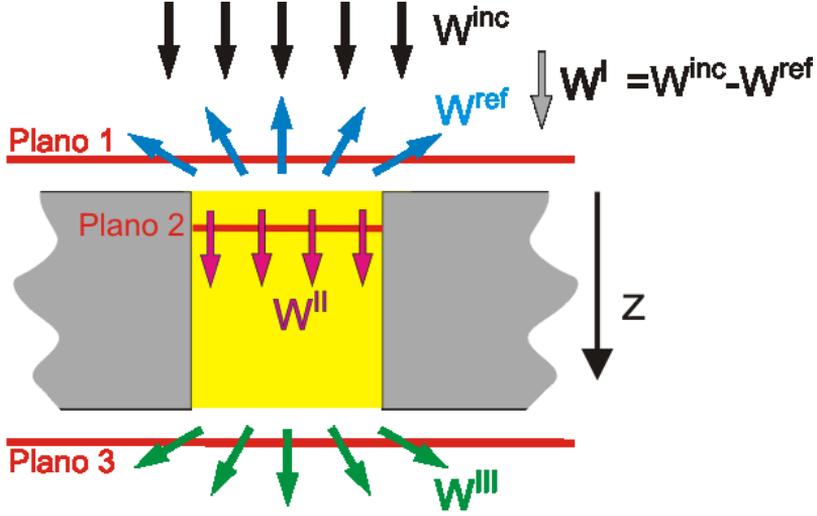


Figura 2.5: Esquema del cálculo del flujo EM que atraviesa una indentación. Los tres planos que se utilizan para calcular la reflexión/transmisión a través de la indentación aparecen etiquetados como planos 1-3. Las flechas esquematizan la dirección de propagación del flujo incidente (flecha negras), reflejado (flechas azules), transmitido a través de la indentación (flechas rosas) y transmitido a la región no iluminada externamente (flechas verdes). W^{inc} y W^{ref} corresponden al flujo incidente y reflejado, respectivamente, que atraviesa el plano 1. W^{II} y W^{III} definen el flujo que atraviesa los planos 2 y 3, respectivamente.

$$W^I = \frac{1}{2} \int_{P1} d\mathbf{r} \operatorname{Re} \{ \mathbf{E}_t(\mathbf{r}, z = 0^-) \cdot [-\mathbf{u}_z \times \mathbf{H}_t^*(\mathbf{r}, z = 0^-)] \} \quad (2.41)$$

Utilizando la expansión en ondas planas de \mathbf{E}_t y \mathbf{H}_t dadas en las ecuaciones 2.9 y 2.10, respectivamente, obtenemos

$$W^I = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^{I*} - Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^{I*} (\rho_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^* - \rho_{\mathbf{k}_0\sigma_0}) - \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma}^{I*} |\rho_{\mathbf{k}\sigma}|^2 \} \quad (2.42)$$

Nótese que para obtener la expresión anterior, debido a que el plano 1 es infinito, hemos aplicado la ortonormalidad de las ondas planas

$$\int_{P1} d\mathbf{r} [\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}]^{T*} \vec{\phi}_{\mathbf{k}'\sigma'} = \delta_{\mathbf{k}\sigma, \mathbf{k}'\sigma'} \quad (2.43)$$

En la ecuación 2.42, el primer sumando representa el flujo incidente sobre la superficie de la lámina (W^{inc}), lo que se puede demostrar con

$$W^{inc} = \frac{1}{2} \int_{P1} d\mathbf{r} \operatorname{Re} \{ \mathbf{E}_t^{inc}(\mathbf{r}, z = 0^-) \cdot [-\mathbf{u}_z \times \mathbf{H}_t^{inc}(\mathbf{r}, z = 0^-)] \} = \frac{Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^*}{2} \quad (2.44)$$

siendo \mathbf{E}_t^{inc} y \mathbf{H}_t^{inc} las componentes transversales del campo EM incidente.

Los términos con signo negativo que aparecen en 2.42 corresponden a la energía que proviene del *scattering* del haz incidente con la superficie (W^{ref}). La diferencia de signos entre W^{inc} y W^{ref} es debida a los sentidos opuestos de propagación de la energía incidente y de la reflejada.

En este punto es importante señalar que a lo largo de esta tesis sólo consideraremos la iluminación de las estructuras estudiadas con modos propagantes, es decir, iluminaciones cuya admitancia $Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}$ es real. En ese caso

$$\operatorname{Re}\{Y_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^{I*}(\rho_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^* - \rho_{\mathbf{k}_0\sigma_0})\} = 0 \quad (2.45)$$

Ahora, si tenemos en cuenta que utilizando 2.18 y 2.26 podemos escribir $\rho_{\mathbf{k}_0\sigma_0}$ como

$$\rho_{\mathbf{k}\sigma} = -\delta_{\mathbf{k}\sigma, \mathbf{k}_0\sigma_0} + \sum_{\alpha} I_{\mathbf{k}\sigma, \alpha} E_{\alpha} \quad (2.46)$$

podemos obtener la siguiente la expresión para W^I en términos del conjunto de las amplitudes $\{E_{\alpha}\}$

$$W^I = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \left\{ \sum_{\alpha} I_{\alpha} E_{\alpha} - \sum_{\beta, \nu} G_{\beta\nu}^{I*} E_{\beta} E_{\nu}^* \right\} \quad (2.47)$$

donde hemos utilizado la definición de I_{α}^{ex} y $G_{\alpha\beta}^I$ dadas en las ecuaciones 2.29 y 2.23, respectivamente. Nótese que para llegar a la expresión 2.47 hemos utilizado $\operatorname{Re}\{iz\} = -\operatorname{Im}\{z\}$, siendo z un número complejo.

En la ecuación 2.47, el primer sumando representa el balance entre el flujo incidente y el que proviene de la emisión de las aperturas como resultado de la iluminación directa por la fuente externa. Por otro lado, el segundo sumando representa la reflexión debida a los acoplos con los modos radiativos. Así, podremos definir el coeficiente de reflexión como $R = W^{ref}/W^{inc}$.

Concentrémonos ahora en calcular el flujo que atraviesa el plano 2. Definiremos este flujo como W^{II} (ver figura 2.5).

Al igual que hicimos en el cálculo de W^{II} , utilizando la expansión de los campos EM en modos propios en la región II (ecuaciones 2.11 y 2.12) y aplicando la ortonormalidad de los modos propios dentro de la indentación

$$\int_{P2} d\mathbf{r} [\vec{\chi}_\alpha(\mathbf{r})]^{*T} \vec{\chi}_\beta(\mathbf{r}) = \delta_{\alpha\beta} \quad (2.48)$$

podremos escribir W^{II} como

$$W^{II} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{\alpha} Y_{\alpha}^{II*} (|A_{\alpha}|^2 - |B_{\alpha}|^2) \right\} \quad (2.49)$$

Como estamos interesados en obtener una expresión para W^{II} en términos del conjunto de amplitudes $\{E_{\alpha}, E'_{\alpha}\}$, aplicaremos el cambio de variables definido en 2.35 a la ecuación 2.49. Así obtenemos

$$W^{II} = \frac{1}{2} \text{Im} \left\{ \sum_{\alpha} (G_{\alpha}^V)^* E_{\alpha} E'_{\alpha} \right\} \quad (2.50)$$

A partir de la expresión 2.50 podemos definir la transmisión a través de las indentaciones como $T^{II} = W^{II}/W^{inc}$. Como se puede observar en la ecuación 2.50, T^{II} viene dada por la suma de las transmisiones de cada uno de los modos propios de cada indentación. Como esperamos, esta transmisión será nula cuando la indentación correspondiente no atraviese la lámina ($G_{\alpha}^V=0$). Además, cabe señalar que este tipo de desarrollo nos permitirá estudiar los patrones resonantes de transmisión por agujero en el caso de distribuciones finitas de aperturas (ver detalles en los Capítulos 6 y 7, respectivamente).

Finalmente, veamos cuál es el flujo que atraviesa el plano 3 (W^{III}). Utilizado el desarrollo en ondas planas de los campos \mathbf{E}_t y \mathbf{H}_t en $z = h^+$ (ver ecuaciones 2.11 y 2.12, respectivamente) podemos escribir de la integral 2.41 como

$$W^{III} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma}^{III*} |\tau_{\mathbf{k}\sigma}|^2 \right\} \quad (2.51)$$

Si ahora sustituimos en la ecuación anterior la expresión para $\tau_{\mathbf{k}\sigma}$ en términos de $\{E'_{\alpha}\}$

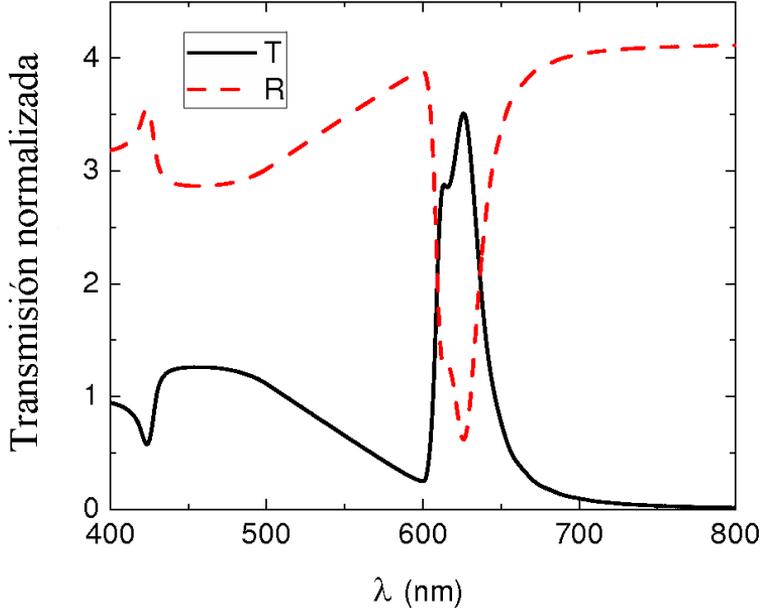


Figura 2.6: Espectro transmisión (línea continua) y reflexión (línea discontinua) de un conjunto de 41×41 agujeros circulares distribuidos en una red cuadrada. Los valores del radio de los agujeros y la anchura de la lámina utilizados son $a/d=0.25$ y $h/d=0.4$, respectivamente (siendo d la constante de red). En el cálculo se ha asumido como fuente externa una onda plana incidiendo normalmente sobre la estructura. Las constantes dieléctricas en las distintas regiones de la estructura son $\epsilon_1=\epsilon_2=\epsilon_3=1$. Además en el cálculo sólo se han incluido los dos modos menos evanescentes dentro de los agujeros (el modo TE_{11} orientado en promedio en la dirección del eje x y modo TE_{11} orientado en la dirección del eje y).

$$\tau_{\mathbf{k}\sigma} = - \sum_{\alpha} I_{\mathbf{k}\sigma,\alpha}^* E'_{\alpha} \quad (2.52)$$

obtenemos

$$W^{III} = \frac{1}{2} \text{Im} \left[\sum_{\alpha,\beta} G_{\alpha\beta}^{III} E'_{\alpha} E'_{\beta}{}^* \right] \quad (2.53)$$

Por tanto, utilizando la expresión 2.53, podemos definir la transmisión a través del plano 3 como $T^{III} = W^{III}/W^{inc}$.

Como se puede ver en las ecuaciones 2.47, 2.50 y 2.53, las expresiones obtenidas para R , T^{II} y T^{III} son consistentes con la interpretación física del sistema de ecuaciones 2.28 dada en la sección anterior (ver esquema de esta interpretación en la figura 2.4).

Es importante señalar que dentro de la aproximación de metal perfecto que estamos utilizando, como no hay absorción en el metal, el flujo de energía EM que pasa a través de las indentaciones y del plano 3 debe ser el mismo por conservación de la energía. Por lo tanto, a partir de ahora definiremos $T = T^{II} = T^{III}$. Esto nos servirá además como comprobación de los cálculos numéricos realizados.

Terminaremos esta sección aplicando la técnica descrita a un caso representativo de los fenómenos de transmisión resonante. Este ejemplo ilustra el tipo de cálculos de transmisión/reflexión que presentaremos a lo largo de esta tesis. La figura 2.6 muestra la dependencia de R y T con la longitud de onda (líneas continua y discontinua, respectivamente) en el caso de una red cuadrada de agujeros circulares en una lámina metálica. Los parámetros geométricos utilizados en este cálculo son $a/d=0.25$ y $h/d=0.4$ (siendo a , h , y d el radio de los agujeros, la anchura de la lámina y la periodicidad de la red, respectivamente), que son valores típicos utilizados en los experimentos de transmisión extraordinaria. Además en el cálculo asumiremos incidencia normal y $\epsilon=1$ en todas las regiones no metálicas de la estructura. Los detalles del cálculo de $G_{\alpha\beta}$ será dados en la Sección 2.3.

Nótese que los espectros de transmisión y reflexión mostrados en la figura 2.6 están normalizados al flujo total de energía que incide sobre la superficie de las aperturas. De esta forma, un valor de transmisión igual a 1 implica que la estructura transmite tanto flujo de energía como el que incide sobre las aperturas; si la transmisión es mayor que 1, las aperturas transmiten más energía de la que está incidiendo directamente sobre su superficie, es decir, incluso parte del flujo que incide en el área metálica entre las aperturas es transmitido a través de las mismas. Esta será la normalización que utilizaremos a lo largo de toda la tesis, a no ser que especifiquemos explícitamente otro tipo de normalización.

2.3.3. Campos electromagnéticos

Como ya mencionamos en la introducción general de esta tesis, la focalización del campo EM en regiones menores que la longitud de onda es una de las características principales que hacen interesante el estudio de los sistemas fotónicos basados en metales. De ahí que el estudio de los campos EM sea un aspecto muy importante de cualquier formalismo empleado en la resolución de este tipo de problemas. Esta sección la dedicaremos a presentar las expresiones para los campos EM dentro del marco teórico que estamos describiendo.

En primer lugar consideremos los campos \mathbf{E}_t y \mathbf{H}_t en la región que hemos etiquetado como I en el esquema 2.3 (es decir la región con $z < 0$). Si introducimos en las expansiones de los campos EM dadas en 2.9 y 2.10 la ecuación que nos da $\rho_{\mathbf{k}\sigma}$ en función $\{E_\alpha\}$, obtenemos

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t(\mathbf{r}, z) &= 2i \delta_{\mathbf{k}\sigma, \mathbf{k}_0\sigma_0} \vec{\phi}_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^I(\mathbf{r}) \sin(k_z z) \\ &+ \sum_{\alpha} G_{\alpha}^{E,I}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha}, z) E_{\alpha} \end{aligned} \quad (2.54)$$

y

$$\begin{aligned} -\mathbf{u}_z \times \mathbf{H}_t(\mathbf{r}, z) &= 2 \delta_{\mathbf{k}\sigma, \mathbf{k}_0\sigma_0} \vec{\phi}_{\mathbf{k}_0\sigma_0}^I(\mathbf{r}) \cos(k_z z) \\ &- \sum_{\alpha} G_{\alpha}^{H,I}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha}, z) E_{\alpha} \end{aligned} \quad (2.55)$$

donde hemos definido

$$G_{\alpha}^{E,I}(\mathbf{r}, z) = i \sum_{\mathbf{k}\sigma} I_{\mathbf{k}\sigma, \alpha} \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^I(\mathbf{r}) \exp(-ik_z z) \quad , y, \quad (2.56)$$

$$G_{\alpha}^{H,I}(\mathbf{r}, z) = i \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma, \alpha}^I I_{\mathbf{k}\sigma, \alpha} \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^I(\mathbf{r}) \exp(-ik_z z) \quad (2.57)$$

que en el caso de un conjunto finito de indentaciones toman la forma

$$G_{\alpha}^{E,I}(\mathbf{r}, z) = \frac{i}{4\pi^2} \sum_{\sigma} \int d\mathbf{k} I_{\mathbf{k}\sigma, \alpha} \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^I(\mathbf{r}) \exp(-ik_z z) \quad , y, \quad (2.58)$$

$$G_{\alpha}^{H,I}(\mathbf{r}, z) = \frac{i}{4\pi^2} \sum_{\sigma} \int d\mathbf{k} Y_{\mathbf{k}\sigma}^I I_{\mathbf{k}\sigma,\alpha} \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}^I(\mathbf{r}) \exp(-ik_z z) \quad (2.59)$$

De la misma forma, sustituyendo la expresión para $\tau_{\mathbf{k}\sigma}$ dada en la 2.52 en las ecuaciones 2.15 y 2.16), podemos escribir las siguientes expresiones de los campos en la región III

$$\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, z) = - \sum_{\alpha} G_{\alpha}^{E,III}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha}, z) E'_{\alpha} \quad ,y, \quad (2.60)$$

$$-\mathbf{u}_z \times \mathbf{H}_t(\mathbf{r}, z) = - \sum_{\alpha} G_{\alpha}^{H,III}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha}, z) E'_{\alpha} \quad (2.61)$$

donde las funciones $G_{\alpha}^{E,III}(\mathbf{r}, z)$ y $G_{\alpha}^{H,III}(\mathbf{r}, z)$ son las equivalentes a 2.56 y 2.57 en la región III.

La interpretación física de las expresiones para los campos $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, z)$ y $\mathbf{H}_t(\mathbf{r}, z)$ dadas en 2.54–2.61 y el significado de las funciones $G_{\alpha}^{E,I,III}(\mathbf{r}, z)$ y $G_{\alpha}^{H,I,III}(\mathbf{r}, z)$ están esquematizados en la figura 2.7: en la región I (III) la estructura se comporta como una red de difracción de emisores puntuales en la que las amplitudes de los emisores vienen dadas por los coeficientes E_{α} (E'_{α}) y donde los propagadores del campo eléctrico y magnético son $G_{\alpha}^{E,I}$ y $G_{\alpha}^{H,I}$ ($G_{\alpha}^{E,III}$ y $G_{\alpha}^{H,III}$), respectivamente. Así, los campos EM en las regiones I y III se pueden entender dentro de una visión tipo Huygens, donde ahora las amplitudes de los emisores vienen dadas por las amplitudes del campo eléctrico en la superficie de entrada o de salida de las indentaciones (E_{α} o E'_{α} , respectivamente).

Aquí es importante señalar que esta analogía con una red de difracción de emisores puntuales no es completa: nuestro conjunto de emisores es muy peculiar ya que la amplitud de cada uno de ellos (E_{α}) depende del resto autoconsistentemente, como se puede deducir del sistema de ecuaciones 2.28.

Esta descripción en términos de interferencia de las contribuciones que provienen de las aperturas de entrada o salida sólo tiene sentido para las regiones de reflexión y transmisión (etiquetadas como I y III en la figura 2.7, respectivamente). Por tanto, no hemos incluido en esta discusión los campos EM dentro de las indentaciones (región II). En ese caso, tanto \mathbf{E}_t y \mathbf{H}_t se pueden obtener de las expresiones 2.11 y 2.12.

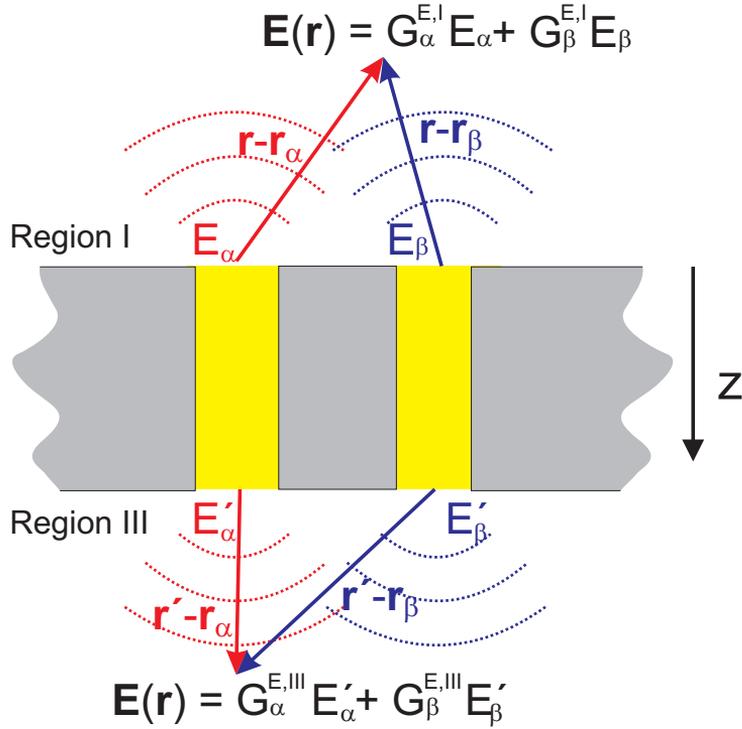


Figura 2.7: Esquema para el cálculo de los campos EM utilizando el formalismo presentado en el texto. Por claridad en el esquema solo se considera el caso de dos aperturas.

Finalmente, para ilustrar el tipo de cálculos que se pueden llevar a cabo utilizando el formalismo presentado en esta sección, en la figura 2.8 presentamos un corte transversal de la intensidad del campo eléctrico $|\mathbf{E}(\mathbf{r}, z)|^2$ en $y = 0$ en la región de transmisión ($z > 0$) para un array compuesto de 11x11 agujeros. Los parámetros geométricos utilizados son $a=160$ nm, $h=275$ nm y $d=600$ nm, que son parámetros típicos en los experimentos realizados en el rango óptico. Además hemos asumido incidencia normal y $\lambda=625$ nm (que es la longitud de onda resonante de la estructura). En el cálculo sólo se han incluido los dos modos que decaen más lentamente dentro de los agujeros.

2.4. Cálculo de la función de Green

En esta sección describiremos cómo calcular la función de Green $G_{\alpha\beta}^{I,III}$ que gobierna el acoplamiento EM entre las indentaciones. Además, expondremos co-

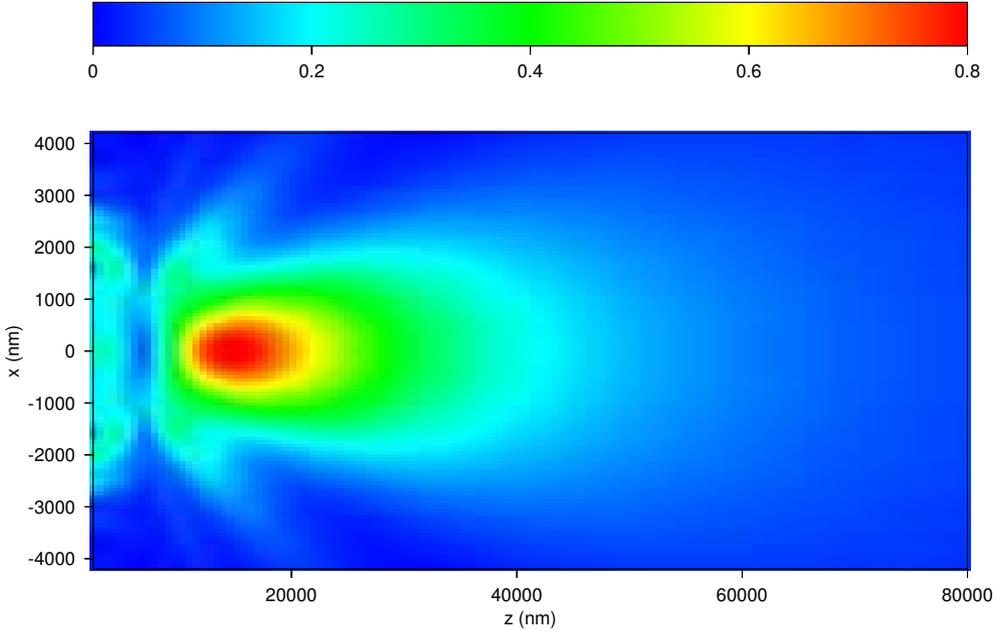


Figura 2.8: Corte transversal a lo largo del plano $y = 0$ de la intensidad del campo eléctrico ($|\mathbf{E}(\mathbf{r}, z)|^2$) en la región de transmisión de una red cuadrada de 11×11 agujeros. Los parámetros geométricos utilizados son $a=160$ nm, $h=275$ nm y $d=600$ nm. El cálculo se ha realizado a una longitud de onda de $\lambda=625$ nm y a incidencia normal. Además en la simulación sólo se han incluido los dos modos que decaen más lentamente dentro de los agujeros.

mo obtener las funciones vectoriales $\mathbf{G}_\alpha^{E,I,III}(\mathbf{r}, z)$ y $\mathbf{G}_\alpha^{M,I,III}(\mathbf{r}, z)$, que nos permitirán obtener los campos EM en cualquier punto del espacio.

En el caso de sistemas finitos, el cálculo de tanto $G_{\alpha\beta}^{I,III}$ como de $\mathbf{G}_\alpha^{E,I,III}(\mathbf{r}, z)$ y $\mathbf{G}_\alpha^{M,I,III}(\mathbf{r}, z)$ es uno de los puntos más importantes de nuestro formalismo. La eficiencia de nuestro método dependerá de la forma de calcular estas cantidades. Además, una implementación eficiente de nuestro formalismo nos dará la posibilidad de simular experimentos relacionados con fenómenos de transmisión resonante que con otros métodos numéricos no se pueden abordar debido a sus altos requerimientos computacionales.

En primer lugar analizaremos el caso 3D y posteriormente el caso 2D. En el problema de aperturas en 3D, describiremos cómo el tiempo requerido para las simulaciones se puede reducir en gran medida mediante el ajuste de la dependencia angular de $G_{\alpha\beta}^{I,III}$ a una expresión analítica. Además, presentaremos un

método para estimar la convergencia de los resultados sin necesidad de llevar a cabo el cálculo completo de las propiedades EM.

Por simplicidad en la notación, en toda esta sección tomaremos $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$, con lo podemos definir $G_{\alpha\beta} = G_{\alpha\beta}^{I,III} = G_{\alpha\beta}^{III}$, $\mathbf{G}_\alpha^E(\mathbf{r}, z) = \mathbf{G}_\alpha^{E,I,III}(\mathbf{r}, z)$ y $\mathbf{G}_\alpha^M(\mathbf{r}, z) = \mathbf{G}_\alpha^{M,I,III}(\mathbf{r}, z)$.

2.4.1. Caso tridimensional

Comenzaremos considerando el acoplamiento EM entre indentaciones situadas en posiciones diferentes, es decir, la interacción EM entre dos indentaciones situadas en \mathbf{r}_α y \mathbf{r}_β con $\mathbf{r}_\alpha \neq \mathbf{r}_\beta$. En este caso, la ecuación 2.23 se puede reescribir de la siguiente forma

$$G_{\alpha\beta} = \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' [\vec{\chi}_\alpha(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\alpha)]^{*T} \widehat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \vec{\chi}_\beta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_\beta) \quad (2.62)$$

donde \widehat{G} es un tensor 2x2, cuyas componentes están definidas como

$$\widehat{G} = \begin{pmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

Cabe señalar que la expresión 2.62 se puede escribir de forma más compacta utilizando la notación de Dirac como $G_{\alpha\beta} = \langle \alpha | \widehat{G} | \beta \rangle$.

Veamos ahora cuál es la expresión de \widehat{G} . A partir de 2.23 deducimos que para una estructura periódica infinita tenemos

$$\widehat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma}^I \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) [\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}')]^{*T} \quad (2.64)$$

Para considerar una estructura finita tenemos que tomar el límite $L_x, L_y \rightarrow \infty$ en 2.64, con lo la expresión para \widehat{G} queda

$$\widehat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{k_0^2}{4\pi^2} \int d\mathbf{q} \exp[ik_0\mathbf{q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \frac{1}{\sqrt{1 - q^2}} \begin{pmatrix} 1 - q_y^2 & q_x q_y \\ q_y q_x & 1 - q_x^2 \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

donde hemos definido $\mathbf{q} = \mathbf{k}/k_0$ y $q = |\mathbf{q}|$.

Ahora si definimos $\mathbf{d}_0 = k_0 (\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ (siendo $\mathbf{d}_0 = (d_{0x}, d_{0y})$ y $d_0 = |\mathbf{d}_0|$) y

tenemos en cuenta que [Morse53]

$$\frac{i}{2\pi} \int d\mathbf{q} \frac{\exp(i \mathbf{q} \mathbf{d}_0)}{\sqrt{1 - q^2}} = \frac{\exp(i d_0)}{d_0} \quad (2.66)$$

encontramos que es posible obtener las siguientes expresiones analíticas para las componentes de \widehat{G}

$$G_{xx} = g(\mathbf{d}_0) + \partial^2 g(\mathbf{d}_0) / \partial d_{0y}^2 \quad (2.67)$$

$$G_{xy} = -\partial^2 g(\mathbf{d}_0) / \partial d_{0x} \partial d_{0y} \quad (2.68)$$

$$G_{yx} = G_{xy} \quad (2.69)$$

$$G_{yy} = g(\mathbf{d}_0) + \partial^2 g(\mathbf{d}_0) / \partial d_{0x}^2 \quad (2.70)$$

donde hemos definido

$$g(\mathbf{d}_0) = \frac{k_0^2 \exp(i d_0)}{2\pi d_0} \quad (2.71)$$

De 2.67–2.70 y 2.71 podemos escribir explícitamente la dependencia en d_0 de las componentes de \widehat{G} como

$$G_{xx} = -i e^{i d_0} \left[\frac{1}{d_0} + \frac{i}{d_0^2} - \frac{1}{d_0^3} - d_{0y}^2 \left(\frac{1}{d_0^3} + \frac{3i}{d_0^4} - \frac{3}{d_0^5} \right) \right] \quad (2.72)$$

$$G_{xy} = i e^{i d_0} d_{0x} d_{0y} \left(\frac{1}{d_0^3} + \frac{3i}{d_0^4} - \frac{3}{d_0^5} \right) \quad (2.73)$$

$$G_{yy} = -i e^{i d_0} \left[\frac{1}{d_0} + \frac{i}{d_0^2} - \frac{1}{d_0^3} - d_{0x}^2 \left(\frac{1}{d_0^3} + \frac{3i}{d_0^4} - \frac{3}{d_0^5} \right) \right] \quad (2.74)$$

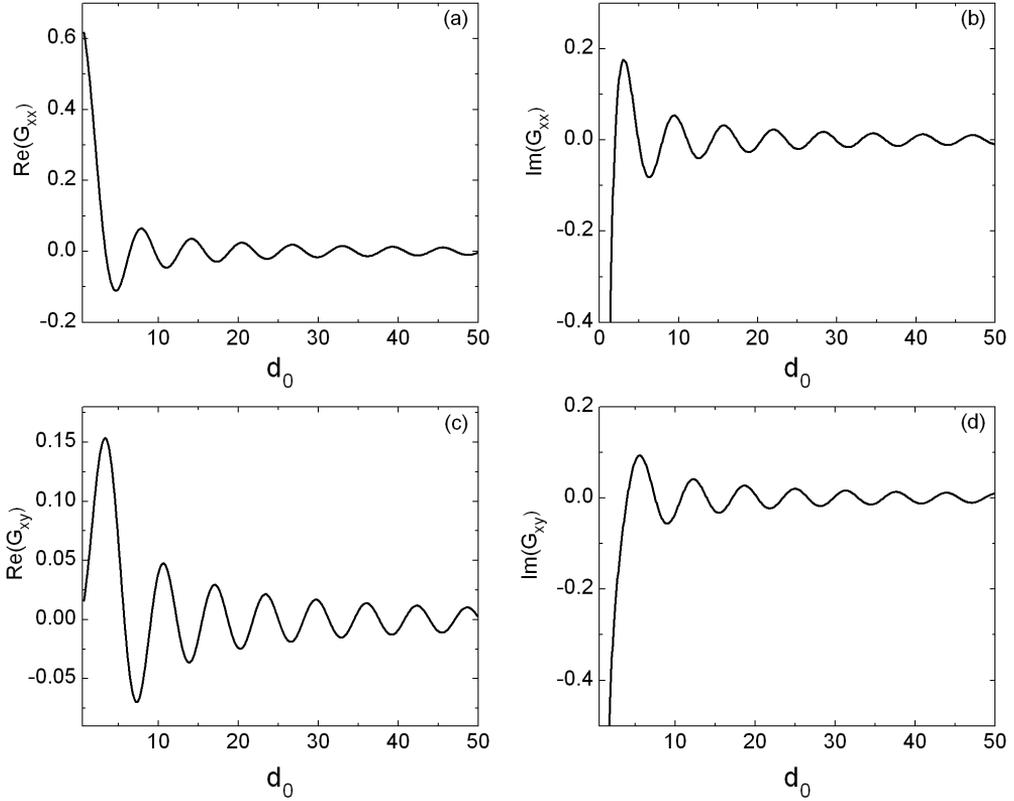


Figura 2.9: Parte real (columna izquierda) y parte imaginaria (columna derecha) de $G_{xx}(d_0)$ [paneles (a) y (b)], $G_{xy}(d_0)$ [paneles (c) y (d)]. Los resultados que se muestran en la figura corresponden a la dirección definida por $d_{0x} = d_{0y}$.

Para ilustrar esta dependencia en d_0 , en la figura 2.9 mostramos tanto la parte real (columna de la izquierda) como la imaginaria (columna de la derecha) de $G_{xx}(d_0)$ [paneles (a) y (b)], $G_{xy}(d_0)$ [paneles (c) y (d)]. Los resultados corresponden a la dirección definida por $d_{0x} = d_{0y}$, que hemos escogido como representativa del comportamiento de las diferentes componentes de \hat{G} . Nótese que en este caso $G_{yy}(d_0) = G_{xx}(d_0)$.

Consideremos ahora el cálculo de $G_{\alpha\alpha}$, es decir, el acoplamiento EM entre modos situados en la misma indentación (que por tanto cumplen $\mathbf{r}_\alpha = \mathbf{r}_\beta$). Como podemos ver en 2.74, las componentes de \hat{G} divergen en $d_0 = 0$, es decir el integrando de 2.62 diverge cuando $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$. Como esta divergencia no es integrable

(el intercambio de las integrales en espacio real y espacio \mathbf{k} no es válido en este caso), en este trabajo hemos encontrado más conveniente resolver directamente la integral sobre modos de difracción dada en 2.38. Para ello, utilizaremos la expresión analítica para los solapes $I_{\mathbf{k}\sigma,\alpha}$ dadas en el Apéndice B. Así, las divergencias (integrables) que nos encontremos podrán ser tratadas mediante un desarrollo en potencias del integrando de 2.38 alrededor de dichas divergencias.

Finalmente en este apartado, veremos cuales son las expresiones para las funciones de Green eléctrica $G_\alpha^E(\mathbf{r}, z)$ y magnética $G_\alpha^M(\mathbf{r}, z)$ definidas en 2.56 y 2.57, respectivamente.

Para ello, como hicimos anteriormente, resulta conveniente escribir esas definiciones como

$$\mathbf{G}_\alpha^E(\mathbf{r}, z) = \int d\mathbf{r}' \widehat{G}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z) \vec{\chi}_\alpha(\mathbf{r}') \quad (2.75)$$

$$\mathbf{G}_\alpha^M(\mathbf{r}, z) = \int d\mathbf{r}' \widehat{G}^M(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z) \vec{\chi}_\alpha(\mathbf{r}') \quad (2.76)$$

donde hemos definido los siguientes tensores

$$\widehat{G}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) [\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}')]^{*T} \exp(-\imath k_z z) \quad (2.77)$$

$$\widehat{G}^M(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma} \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) [\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}')]^{*T} \exp(-\imath k_z z) \quad (2.78)$$

que en el caso finito ($L_x, L_y \rightarrow \infty$) vendrán dados por

$$\widehat{G}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi^2} \sum_\sigma \int d\mathbf{k} \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) [\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}')]^{*T} \exp(-\imath k_z z) \quad (2.79)$$

$$\widehat{G}^M(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi^2} \sum_\sigma \int d\mathbf{k} Y_{\mathbf{k}\sigma} \vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) [\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}')]^{*T} \exp(-\imath k_z z) \quad (2.80)$$

Utilizando la definición de $\vec{\phi}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r})$ dada en la ecuación tenemos

$$\hat{G}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z) = \frac{1}{4\pi^2} \int d\mathbf{k} \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \exp(-i k_z z) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.81)$$

y

$$\hat{G}^M(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z) = \frac{1}{4\pi^2} \int d\mathbf{k} \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \exp(-i k_z z) \frac{k_0}{\sqrt{k_0^2 - k^2}} \begin{pmatrix} 1 - k_y^2 & k_x k_y \\ k_x k_y & 1 - k_x^2 \end{pmatrix} \quad (2.82)$$

Si tenemos en cuenta la integral 2.66 y la definición de $g(d_0)$ dada en 2.71, podremos obtener las siguientes expresiones analíticas para 2.81 y 2.82

$$\hat{G}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{pmatrix} -i\partial_z g(d_0) & 0 \\ 0 & -i\partial_z g(d_0) \end{pmatrix} \quad (2.83)$$

y

$$\hat{G}^M(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{pmatrix} g(d_0) + \partial_y^2 g(d_0) & -\partial_{xy} g(d_0) \\ -\partial_{xy} g(d_0) & g(d_0) + \partial_x^2 g(d_0) \end{pmatrix} \quad (2.84)$$

2.4.2. Caso bidimensional

El caso bidimensional es completamente análogo al tridimensional que acabamos de describir, por lo que en este apartado nos limitaremos a resumir los principales resultados para 2D. El acoplamiento EM entre indentaciones ($G_{\alpha\beta}$) vendrá dado ahora por

$$G_{\alpha\beta} = \int dx \int dx' \chi_\alpha^*(x - x_\alpha) G(x, x') \chi_\beta(x' - x_\beta) \quad (2.85)$$

Como en el caso 2D las polarizaciones s y p no se mezclan en el problema, podemos escribir una función de Green para polarización en polarización s y otra diferente para polarización p ($G_1(x, x')$ y $G_2(x, x')$, respectivamente).

De la misma forma que hicimos en el caso 3D, podemos escribir $G_1(x, x')$ y $G_2(x, x')$ como

$$G_\sigma(x, x') = i \sum_{k_x} Y_{k_x, \sigma} \phi_{k_x, \sigma}^*(x') \phi_{k_x, \sigma}(x) \quad (2.86)$$

donde σ puede ser 1 o 2 y $\phi_{k_x, \sigma}(x)$ es la expresión de las ondas planas definidas en 2.5 en la correspondiente polarización. $Y_{k_x, \sigma}$ define la admitancia de estas ondas planas, es decir, $Y_{k_x, 1} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2}/k_0$ y $Y_{k_x, 2} = k_0/\sqrt{k_0^2 - k_x^2}$.

Por otro lado, en el caso finito (es decir tomando el límite $L_x \rightarrow \infty$) tenemos

$$G(x, x') = \frac{i}{2\pi} \int dk_x Y_\sigma(k_x) \phi_{k_x, \sigma}^*(x') \phi_{k_x, \sigma}(x) \quad (2.87)$$

Para incidencia normal y polarización p (que es la única en la que aparecen efectos resonantes) la expresión anterior se puede escribir analíticamente como [Morse53]

$$G(d_0) = \frac{ik_0}{2} H_0^{(1)}(d_0) \quad (2.88)$$

donde $H_0^{(1)}(\cdot)$ es la función de Hankel de orden 0 de primera especie y donde hemos definido $d_0 = k_0 |x - x'|$.

Para ilustrar el comportamiento de esta función de Green, en la figura 2.10 representamos la parte real e imaginaria de $G(d_0)$ para $\lambda=700\text{nm}$.

2.5. Aspectos numéricos

En esta sección detallaremos las principales propiedades numéricas que nos permitirán llevar a cabo una implementación eficiente de la técnica que estamos describiendo. Como ya hemos mencionado, este es uno de los aspectos más importantes de nuestro formalismo ya que de ello depende la posibilidad de simular experimentos relacionados con fenómenos de transmisión extraordinaria.

2.5.1. Función de Green proyectada y dependencia angular

En la sección anterior hemos caracterizado el comportamiento del tensor de Green \widehat{G} , que es el que gobierna el acoplamiento EM entre indentaciones diferentes. Sin embargo, para estudiar completamente este acoplamiento, tenemos que calcular la proyección de \widehat{G} sobre dos modos propios de nuestro sistema, es decir,

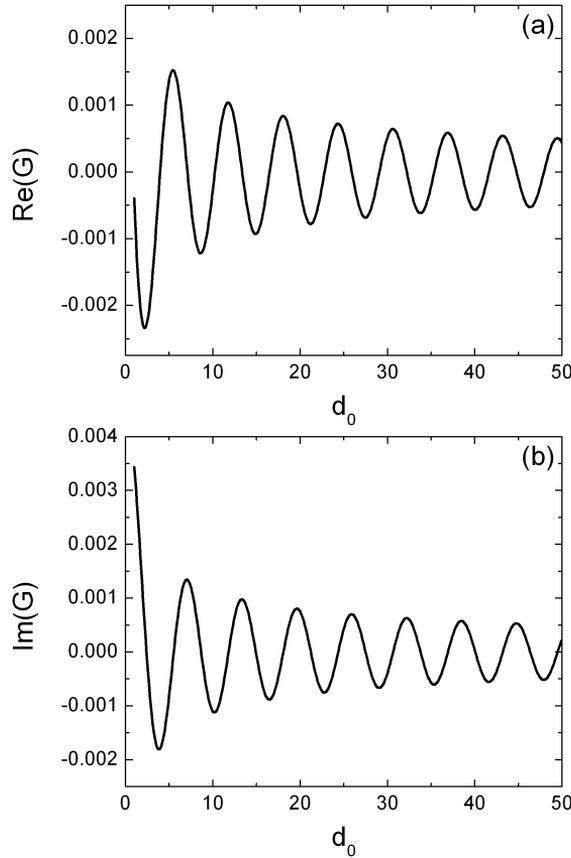


Figura 2.10: Parte real (arriba) e imaginaria (abajo) de $G(d_0)$ para el caso bidimensional.

tenemos que analizar $G_{\alpha\beta}$ (ver definición en 2.62). En particular, es interesante estudiar la dependencia de $G_{\alpha\beta}$ con la distancia entre las aperturas correspondientes (que a partir de ahora definiremos como $\mathbf{R} = \mathbf{r}_\beta - \mathbf{r}_\alpha$). Ese análisis nos dará información acerca de como decae el acoplamiento EM espacialmente en cada dirección del plano xy .

Para ello, consideraremos que tanto el índice α como el β etiquetan uno de los dos modos menos decaentes dentro de las aperturas. Como veremos más tarde, estos dos modos serán los que gobiernen las propiedades EM de interés en el rango de longitudes de onda que estudiamos en esta tesis. Denotaremos con $|1\rangle$ y $|2\rangle$ a los modos menos decaentes: el modo TE_{11} orientado espacialmente

(en promedio) en la dirección x y el modo TE_{11} orientado en la dirección y . La dependencia espacial de estos modos para el caso de aperturas circulares aparece en el Apéndice A.

Como ilustración de la dependencia de $G_{\alpha\beta}$ en \mathbf{R} , las líneas sólidas de la figura 2.11 muestran el resultado de calcular la parte real e imaginaria (columna derecha e izquierda, respectivamente) de G_{11} [paneles (a) y (b)], G_{22} [paneles (c) y (d)] y G_{12} [paneles (e) y (f)]. Los parámetros geométricos que se han utilizado son $a=190$ nm y $d=750$ nm. Además, en el cálculo hemos asumido $\lambda=700$ nm. Los resultados tanto de G_{11} como de G_{22} corresponden a la dirección definida por $R_y=0$, mientras que el cálculo de G_{12} se ha realizado para la dirección $R_x = R_y$.

De la figura 2.11 podemos deducir que el acoplamiento EM entre dos modos orientados a lo largo del eje x y correspondientes a dos aperturas situadas en esa dirección es mucho mayor que si las aperturas están situadas a lo largo del eje y . Este resultado lo podemos entender haciendo una analogía con la interacción EM entre dipolos paralelos: esta interacción es más fuerte si los dos dipolos están situados en la dirección paralela a los dipolos que si están dispuestos en la dirección perpendicular.

Por otro lado, hemos comprobado que $G_{12}(R_x, 0) = G_{12}(0, R_y) = 0$ y que para el resto de las direcciones se cumple que $|G_{12}(R_x, R_y)| < |G_{11}(R_x, 0)|$, lo que resulta coherente con la analogía con dipolos puntuales que acabamos de mencionar.

Además, cabe destacar aquí que hemos encontrado que es posible ajustar $G_{11}(R_x, 0)$, $G_{22}(R_x, R_y)$ y $G_{12}(R_x, R_y)$ (este último caso para $R_x = R_y$) a las siguientes fórmulas analíticas

$$G_{11}(R_x, 0) = \frac{a_0}{x} \exp[\imath (a_1 x - a_2)] \quad (2.89)$$

$$G_{22}(R_x, 0) = \frac{a_3}{x^2} \exp[\imath (a_4 x - a_5)] \quad (2.90)$$

$$G_{12}(R_x, R_y) = \frac{a_6}{x} \exp[\imath (a_7 x - a_8)] \quad (2.91)$$

donde a_i (con $i=1, \dots, 8$) son los correspondientes parámetros de ajuste. Nótese que los parámetros de ajuste sólo dependen del cociente a/d de la estructura y son independientes del número de agujeros. Esto hace que esta técnica de ajuste

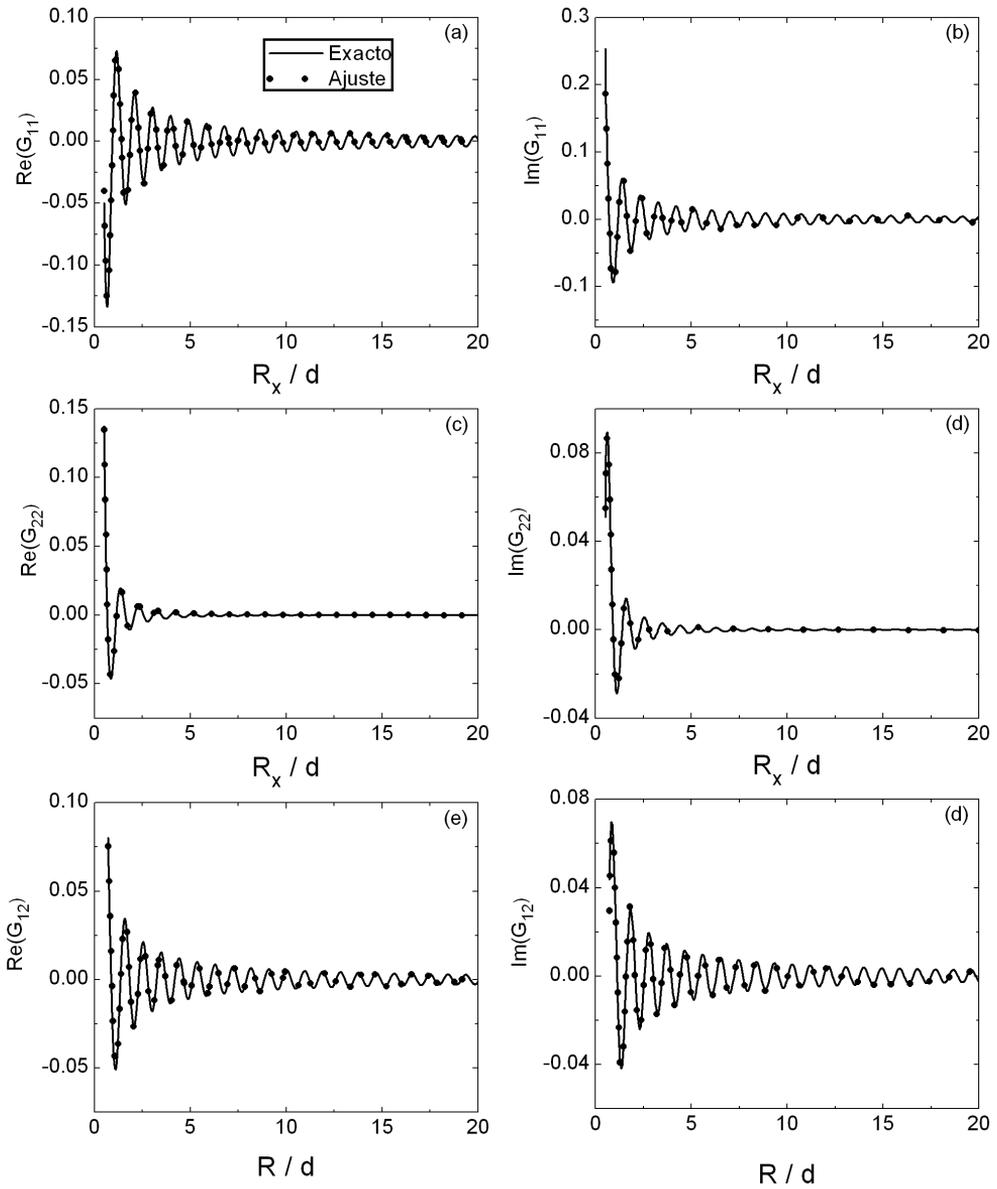


Figura 2.11: Parte real (columna izquierda) e imaginaria (columna derecha) de la proyección del tensor de Green sobre los dos modos menos decauyentes de una apertura circular. El subíndice 1 denota el modo menos evanescente orientado en la dirección x mientras que el subíndice 2 corresponde al modo menos evanescente orientado en la dirección y . Las líneas sólidas corresponden al cálculo exacto de la integral 2.62 mientras que las líneas de puntos representan el ajuste a las correspondientes funciones analíticas.

sea de gran utilidad en el caso de que se necesite simular una gran cantidad de configuraciones finitas que tengan el mismo valor de a/d (como en el caso de estructuras desordenadas, donde es necesario calcular un conjunto grande de sistemas para hacer estadística de sus propiedades EM).

Las líneas de puntos en la figura 2.11 muestran los ajustes de los resultados exactos (para los parámetros geométricos mencionados anteriormente) a las expresiones 2.89–2.91. Como se puede ver en esa figura, estos ajustes reproducen perfectamente el comportamiento de la G_{11} , G_{22} y G_{12} para valores de \mathbf{R} tales que $|\mathbf{R}| \geq d$.

Las ecuaciones 2.89–2.91 son de gran importancia a la hora de incrementar la eficiencia del método, ya que como demostraremos a continuación, las funciones $G_{11}(\mathbf{R})$, $G_{22}(\mathbf{R})$ y $G_{12}(\mathbf{R})$ se pueden escribir para cualquier (R_x, R_y) en términos de $G_{11}(R_x, 0)$ y $G_{22}(R_x, 0)$.

Para la demostración de esa propiedad, consideremos dos indentaciones cuyo vector distancia relativa \mathbf{R} (con $\mathbf{R} \neq 0$) forma un ángulo θ con el eje x (ver esquema en figura 2.12). Si definimos dos nuevos modos $|1' \rangle$ y $|2' \rangle$ que sean el resultado de rotar un ángulo θ los modos $|1 \rangle$ y $|2 \rangle$, tendremos

$$|1 \rangle = \cos \theta |1' \rangle - \sin \theta |2' \rangle \quad (2.92)$$

$$|2 \rangle = \sin \theta |1' \rangle + \cos \theta |2' \rangle \quad (2.93)$$

Ahora bien, teniendo en cuenta que por definición $G_{11} = \langle 1|\widehat{G}|1 \rangle$, $G_{22} = \langle 2|\widehat{G}|2 \rangle$ y $G_{12} = \langle 1|\widehat{G}|2 \rangle$, podremos escribir en la nueva base

$$G_{11}(\mathbf{R}) = \cos^2 \theta \langle 1'|\widehat{G}(\mathbf{R})|1' \rangle + \sin^2 \theta \langle 2'|\widehat{G}(\mathbf{R})|2' \rangle \quad (2.94)$$

$$G_{22}(\mathbf{R}) = \sin^2 \theta \langle 1'|\widehat{G}(\mathbf{R})|1' \rangle + \cos^2 \theta \langle 2'|\widehat{G}(\mathbf{R})|2' \rangle \quad (2.95)$$

$$G_{12}(\mathbf{R}) = \frac{\sin 2\theta}{2} (\langle 1'|\widehat{G}(\mathbf{R})|1' \rangle - \langle 2'|\widehat{G}(\mathbf{R})|2' \rangle) \quad (2.96)$$

donde los modos rotados $|1' \rangle$ y $|2' \rangle$ satisfacen

$$\langle 1'|\widehat{G}(\mathbf{R})|1' \rangle = G_{11}(R_x, 0) \quad (2.97)$$

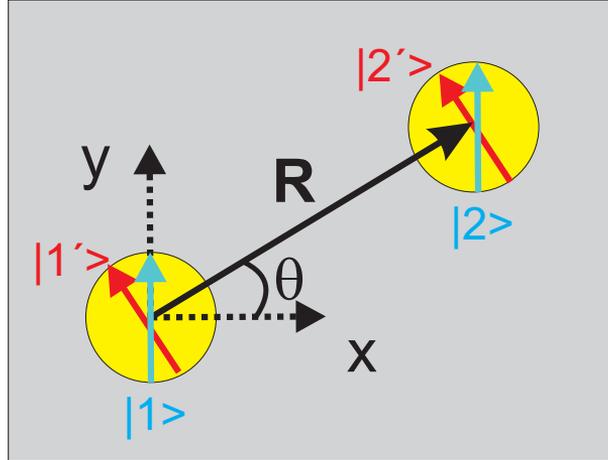


Figura 2.12: Esquema de la rotación de modos utilizada para el cálculo de $G_{11}(\mathbf{R})$, $G_{22}(\mathbf{R})$ y $G_{12}(\mathbf{R})$.

$$\langle 2' | \hat{G}(\mathbf{R}) | 2' \rangle = G_{22}(R_x, 0) \quad (2.98)$$

2.5.2. Comprobación de la convergencia

En este apartado describiremos un procedimiento que nos permitirá demostrar que los resultados correspondientes a sistemas finitos con un gran número de aperturas tienden al caso infinito y, por lo tanto, comprobar la implementación numérica de nuestro formalismo. Este método será de gran utilidad ya que, debido a la limitación en los recursos computacionales, en la mayoría de las estructuras estudiadas no es posible llevar a cabo una simulación con un número suficientemente grande de aperturas como para comprobar la convergencia al caso infinito.

En la descripción de esta técnica sólo consideraremos el modo menos evanescente dentro de las aperturas y asumiremos incidencia normal para la onda plana incidente. Estas dos condiciones simplificarán en gran medida la técnica para la comprobación de la convergencia que describimos abajo. Cabe mencionar aquí que no esperamos que haya cambios importantes en esta convergencia por la inclusión de un número mayor de modos o la variación del ángulo incidente.

En primer lugar, consideraremos una estructura periódica infinita, utilizando

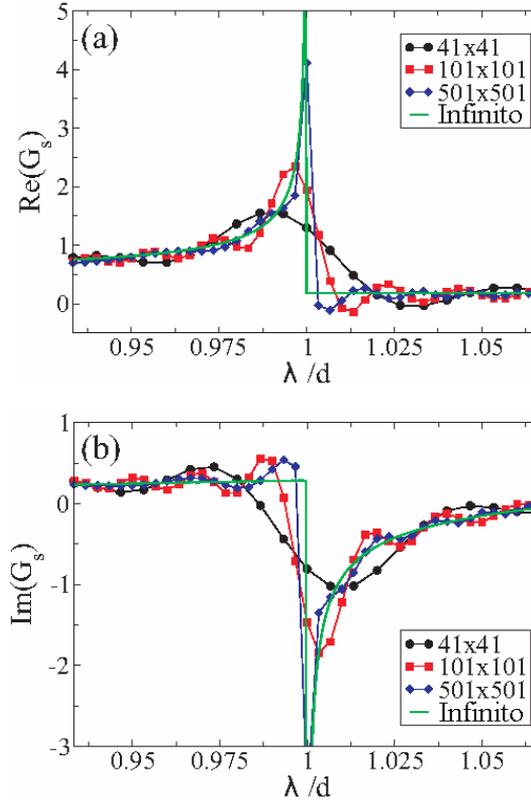


Figura 2.13: Parte real (a) y parte imaginaria (b) de G_s^N y G_s^∞ (ver definición de esta magnitud en el texto) para una red cuadrada de agujeros circulares. En la figura se pintan distintos valores del número total de agujeros junto con el caso de un red infinita (línea verde). Los agujeros tienen un radio $a/d=0.28$, siendo d la periodicidad de la red. La anchura de la lámina es $h = a$.

el teorema de Bloch podemos escribir

$$E_\alpha = \exp[i(k_{0x} x_\alpha + k_{0y} y_\alpha)] E_0 \quad (2.99)$$

$$E'_\alpha = \exp[i(k_{0x} x_\alpha + k_{0y} y_\alpha)] E'_0 \quad (2.100)$$

con $k_{0x} = k_0 \sin(\theta_{inc}) \cos(\phi_{inc})$ y $k_{0y} = k_0 \sin(\theta_{inc}) \sin(\phi_{inc})$, y donde el conjunto $\{E_0, E'_0\}$ corresponde al modo de guía de onda menos evanescente situado en la posición $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

Asumiendo incidencia normal ($\theta_{inc} = 0$), el sistema de ecuaciones 2.28 se

puede escribir como

$$\begin{aligned} (G_S^\infty - \epsilon_0) E_0 - G_0^V E'_0 &= I_0^{ex} \\ (G_S^\infty - \epsilon_0) E'_0 - G_0^V E_0 &= 0 \end{aligned} \quad (2.101)$$

donde hemos definido $G_S^\infty = \sum_{\mathbf{k}\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma} |I_{\mathbf{k}\sigma,0}|^2$.

Por otro lado, en incidencia normal y para un sistema finito con un número suficientemente grande de agujeros (es decir, cuando $N \rightarrow \infty$, siendo N el número de aperturas), podemos aproximar $E_\alpha \approx E_0$ y $E'_\alpha \approx E'_0$. Entonces, despreciando los efectos de borde, podemos escribir un sistema de ecuaciones similar a 2.101, pero ahora cambiando G_S^∞ por G_S^N , siendo $G_S^N = \sum_\alpha G_{0\alpha}$.

Por lo tanto, dada una estructura con un número de agujeros N , podemos estimar su desviación con respecto al caso infinito comparando G_S^N con G_S^∞ , ya que ambas magnitudes deben tomar el mismo valor en el límite estricto $N \rightarrow \infty$.

En los paneles (a) y (b) de la figura 2.13 se muestra la comparación entre G_S^N y G_S^∞ para redes cuadradas finitas de distintos tamaños. Los parámetros geométricos usados en este cálculos son $a/d=0.28$ y $h = a$, siendo d la constante de red. Como se puede ver en la figura, tanto la parte real como la imaginaria de G_S^N tienden a G_S^∞ a medida que incrementamos N , como cabría esperar.

Finalmente, es importante destacar que el cálculo que acabamos de describir constituye una excelente comprobación de la convergencia de la implementación numérica del método descrito en este Capítulo: hemos demostrado que la magnitud G_S^N obtenida a partir de la suma de *cientos de miles* de integrales (cada una de ellas con divergencias convenientemente tratadas) tiende al caso de un sistema infinito G_S^∞ calculado de forma independiente.

2.6. Validez de la aproximación de conductor perfecto

Terminaremos este capítulo con una discusión acerca de la validez de la aproximación de conductor perfecto (PCA) utilizada en el formalismo descrito.

Por un lado, la aproximación $\epsilon = -\infty$ es válida en el rango de microondas y THz, donde esperamos una comparación cuantitativa con los resultados experi-

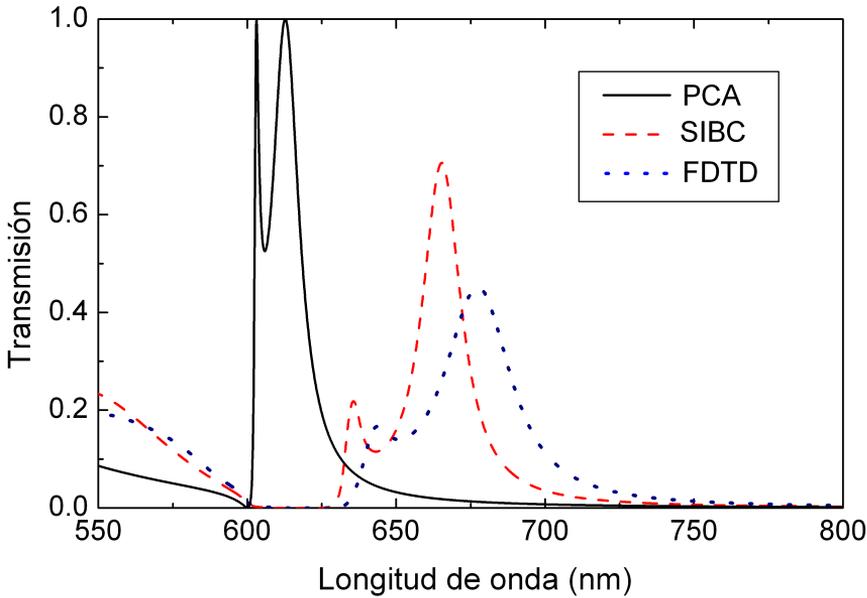


Figura 2.14: Comparación entre los espectros de transmisión obtenidos con la aproximación PCA, con la SIBC y con el método FDTD (líneas continua, discontinua y de puntos, respectivamente) para el caso de una red cuadrada de aperturas cuadradas en una lámina de plata. Los parámetros geométricos que definen la estructura son $a=200$ nm, $P=600$ nm y $h=200$ nm. Además asumimos incidencia normal de la onda plana que ilumina la estructura.

mentales. Por otro lado, en el rango óptico podría considerarse que la PCA no es válida, ya que en este régimen: (i) los campos penetran dentro del metal y (ii) hay que incluir el efecto de los plasmones de superficie. Sin embargo, recientemente se ha demostrado que la PCA tiene un valor semi-cuantitativo si aumentamos el tamaño de las aperturas para tener en cuenta la penetración de los campos dentro del metal [Martín-Moreno04, Gordon05]. Este aumento del tamaño de los agujeros hace que la constante de propagación de los modos dentro de las aperturas sea similar a la que tendrían en el caso de un metal realista. Además también se ha demostrado que una superficie de metal perfecto corrugada presenta estados EM de superficie similares a los plasmones que aparecen en la superficie de un metal real [Pendry04, García-Vidal05] y que estos estados de superficie también juegan un papel clave en los fenómenos transmisión extraordinaria.

Para comprobar que nuestro formalismo recoge las principales características

que se observan en los espectros de transmisión de sistemas en el rango óptico, en la figura 2.14 mostramos una comparación entre los resultados obtenidos con la PCA (línea continua) y los que se obtienen con un cálculo utilizando el método *finite-differences-time-domain* [Taflove00] (FDTD, ver línea de puntos) para el caso de una red cuadrada de agujeros cuadrados perforados en una lámina de plata. El lado de los agujeros es $a=200$ nm, la periodicidad de esta red es $d=600$ nm y la anchura de la lámina es $h=200$ nm. En el cálculo correspondiente a la PCA, como ya se ha mencionado, hemos aumentando el tamaño de los agujeros para tener una constante de propagación dentro de los agujeros similar a la que se obtiene en un metal realista (para ello, en este caso hemos encontrado que debemos aumentar el tamaño de los agujeros en 1.25 veces la *skin depth* de la plata). Además en la figura se representan los resultados que provienen de utilizar una aproximación que consiste en aplicar *surface impedance boundary conditions* (SIBC) [Jackson99] en todas las interfases metálicas salvo en las paredes *verticales* de las aperturas donde se considera metal perfecto (ver línea discontinua). El método FDTD está basado en la discretización de las ecuaciones de Maxwell y se puede considerar como exacto, salvo por el error que pudiera proceder de esta discretización. Por otro lado, el método SIBC que (en la implementación considerada en el presente cálculo) incluye la presencia de los plasmones de superficie sólo en las interfases dieléctrico-metal a lo largo de la dirección paralela a la superficie de la lámina, puede considerarse como una muy buena aproximación cuando la superficie metálica de las paredes *verticales* dentro de las aperturas es mucho menor que la de que hay en las superficies *horizontales* de la lámina.

Como se puede ver en la figura 2.14, aparte de un pequeño desplazamiento en longitudes de onda, la PCA reproduce los dos máximos que aparecen en los espectros calculados con FDTD y SIBC. También observamos como, debido a la absorción presente en el caso del metal realista, los picos transmisión calculados con FDTD y SIBC tienen una altura menor y una anchura mayor que los que corresponden a la aproximación PCA.

Finalmente, cabe señalar que la PCA tiene la ventaja de la posibilidad de exportar los resultados obtenidos en un rango de frecuencias a otro rango diferente. Para ello, simplemente tendremos que escalar apropiadamente todos los parámetros geométricos que definen la estructura.

CAPÍTULO 3

El caso más simple: transmisión a través de una sola ranura

3.1. Introducción

En este Capítulo analizaremos uno de los sistemas más sencillos que podemos imaginar donde aparece transmisión resonante: una sola ranura en una lámina metálica. Recientemente, las propiedades de transmisión resonante de una sola ranura en un lámina metálica han sido analizadas teóricamente [Takakura01] y experimentalmente [Yang02a]. Estos trabajos consideran el límite en el que la anchura de la ranura (a) es mucho menor que la longitud de onda (λ) de la radiación incidente. Sin embargo, la transición entre este límite y el denominado límite de la óptica geométrica (en el que $a \gg \lambda$) ha recibido muy poca atención en la literatura.

Aquí, estudiaremos cómo dependen las propiedades de transmisión de este tipo de estructuras en función de la anchura de la ranura y del ángulo de la ra-

diación incidente. Analizaremos también cómo evoluciona la transmisión cuando pasamos del régimen $a \ll \lambda$ al régimen $a > \lambda$. En el primero de estos rangos, estudiaremos la transmisión asociada con las resonancias guía de onda dentro de la ranura. Veremos como las características de estas resonancias en los espectros de transmisión y su correspondientes intensidades de campo eléctrico están controladas sólo por el valor de a . Por otro lado, para $a \gtrsim \lambda$, estudiaremos la aparición de rápidas oscilaciones en el espectro de transmisión. Como veremos estas oscilaciones están asociadas a la aparición de los diferentes modos propagantes dentro de la ranura.

Respecto al marco teórico utilizado, para resolver el problema considerado emplearemos el formalismo descrito en el Capítulo 2. La aproximación de metal perfecto que se asume en este método se puede considerar válida dentro del análisis presentado aquí, ya que estamos interesados en analizar el comportamiento general de la transmisión más que en una comparación precisa con los experimentos.

3.2. Marco teórico

En esta sección describiremos las expresiones que, basadas en el formalismo descrito en el capítulo anterior, utilizaremos para analizar las propiedades EM de una ranura en una lámina metálica. En la figura 3.1 se indican los parámetros geométricos que definen la estructura y el sistema de coordenadas que utilizaremos a lo largo de este estudio. Como se representa en la figura, asumiremos $\epsilon=1$ en las regiones situadas por encima y por debajo de la lámina y supondremos que la ranura está rellena con un material dieléctrico uniforme de constante dieléctrica ϵ .

Antes de continuar con los detalles del cálculo, es importante mencionar que, debido a la simetría translacional del sistema a lo largo del eje y , es posible escribir las ecuaciones vectoriales de Maxwell como dos ecuaciones escalares desacopladas: una de ellas corresponderá a la polarización s (que se caracteriza por tener el campo eléctrico \mathbf{E} paralelo al eje y) y la otra a la polarización p (en la que el campo magnético \mathbf{H} es paralelo al eje y). A lo largo de todo este Capítulo sólo consideraremos la polarización p (ver direcciones de \mathbf{E} y \mathbf{H} en la figura 3.1) ya que la polarización s no presenta efectos de transmisión resonante [Schouten03].

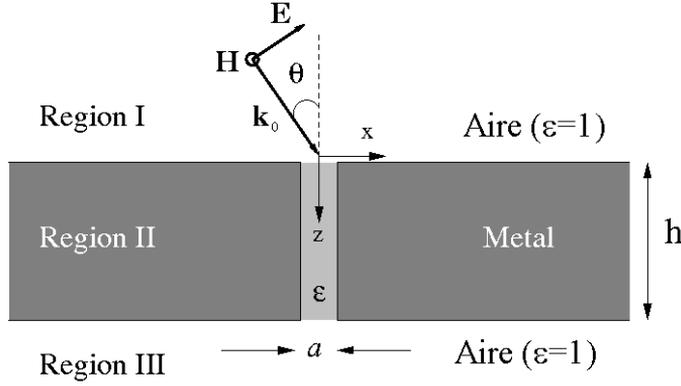


Figura 3.1: Esquema de la estructura que estamos estudiando. Las zonas gris oscuro corresponden a las regiones metálicas, mientras que en gris claro se representa una región definida por una constante dieléctrica homogénea ϵ . En la figura también están pintados el sistema de referencia utilizado y los parámetros geométricos que definen la estructura.

Como ya demostramos en 2.3.1, podemos formular este problema en términos de las amplitudes del campo eléctrico en la entrada y la salida de la ranura (que definiremos como $\{E_m, E'_m\}$, donde el índice m corre sobre todos los modos guía de onda de la ranura). Este conjunto de incógnitas $\{E_m, E'_m\}$ debe satisfacer el sistema lineal de ecuaciones

$$(G_{mm} - \epsilon_m) E_m + \sum_{n \neq m} G_{mn} E_n - G_m^V E'_m = I_m \quad (3.1)$$

$$(G_{pp} - \epsilon_p) E'_p + \sum_{q \neq p} G_{pq} E'_q - G_p^V E_p = 0 \quad (3.2)$$

donde hemos definido

$$I_m = 2i \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx \phi_m(x) \exp(i k_0 \sin \theta x) \quad (3.3)$$

$$G_{mn} = i \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx dx' \phi_m^*(x) \phi_n(x') G(x, x') \quad (3.4)$$

$$\epsilon_m = -\imath k_0 \epsilon \gamma_m \frac{\exp(-\imath \beta_m h) + \exp(\imath \beta_m h)}{\beta_m [\exp(-\imath \beta_m h) - \exp(\imath \beta_m h)]} \quad (3.5)$$

$$G_m^V = -\imath k_0 \epsilon \gamma_m \frac{2}{\beta_m [\exp(\imath \beta_m h) - \exp(-\imath \beta_m h)]} \quad (3.6)$$

siendo $\beta_m = [k_0^2 \epsilon - (m\pi/a)^2]^{\frac{1}{2}}$ y la función $\phi_m(x) = (2/\sqrt{a}) \cos[m\pi/a(x + a/2)]$ la constante de propagación en la dirección z y el m -ésimo modo propio de la ranura, respectivamente. Como demostramos en 2.4.2, la función $G(x, x')$ viene dada por $G(x, x') = \imath(k_0/2) H_0^{(1)}(k_0|x - x'|)$ (donde $H_0^{(1)}(\cdot)$ es la función de Hankel de primera especie de orden 0). Finalmente, γ_m proviene de los factores de normalización del campo EM dentro de la ranura y toma el valor 1 si $m=0$ o $1/2$ si $m \neq 0$. Nótese que el sistema de ecuaciones 3.1–3.2 tiene la forma del sistema general deducido en la Sección 2.3.1, donde también se puede encontrar una descripción del significado físico de cada una de las magnitudes que aparecen en este sistema.

Una vez resueltas las amplitudes $\{E_m, E'_m\}$, podremos calcular la transmisión (T) como el cociente entre el flujo que atraviesa la región III y el flujo incidente

$$T = \frac{1}{a \cos \theta} \text{Im} \left\{ \sum_{m,n} G_{mn} E'_m E_n'^* \right\} \quad (3.7)$$

Si siguiendo la convención para la normalización que estamos utilizando en toda la tesis, en la ecuación anterior hemos normalizado la transmisión al flujo de energía que incide sobre la ranura. De esta forma $T=1$ implica que toda la energía que incide sobre la apertura es transmitida a través de ella, mientras que si $T > 1$ la energía que transmite la apertura es mayor que la que incide sobre su superficie, es decir, podemos considerar que parte de la energía que incide sobre la superficie metálica es también transmitida.

Equivalentemente, como la estructura analizada no presenta absorción, también podremos calcular T a partir del flujo que atraviesa la región II

$$T = \frac{1}{a \cos \theta} \text{Im} \left\{ \sum_m (G_m^V)^* E_m E_m'^* \right\} \quad (3.8)$$

Por otro lado, también es interesante señalar que a partir de los coeficientes $\{E_n, E'_n\}$ podremos calcular el campo magnético H_y tanto en las regiones I y III

($H_y^I(x, z)$ y $H_y^{III}(x, z)$, respectivamente) como

$$H_y^I(x, z) = H_y^{flat}(x, z) - \sum_m E_m G_m^H(x, z) \quad (3.9)$$

$$H_y^{III}(x, z) = - \sum_m E'_m G_m^H(x, z) \quad (3.10)$$

donde $H_y^{flat}(x, z) = 2 \cos(k_{0z}z) \exp(\imath k_{0x}x)$, siendo k_{0z} y k_{0x} las componentes z y x , respectivamente, del vector de onda incidente \mathbf{k}_0 .

La función $G_n(x, z)$ que aparece en 3.9 y 3.10 viene dada por

$$G_n(x, z) = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx' \phi_n(x') G(x, x') \exp \imath k_z z \quad (3.11)$$

El significado físico de las ecuaciones 3.9 y 3.10 es el siguiente: el campo EM difractado por la ranura es el resultado de la suma del campo correspondiente a una superficie plana dieléctrico-metal [$H_y^{flat}(x, z)$] y la contribución que viene de cada modo dentro de la ranura considerado como un emisor individual. Una discusión más detallada de esta forma de entender el proceso en términos de la interferencia entre emisores individuales aparece en la Sección 2.3.3 para un caso general.

Finalmente, mencionaremos que partir de la componente $H_y(x, z)$, podríamos calcular las componente x e y del campo eléctrico (E_x y E_y) utilizando las ecuaciones de Maxwell de la siguiente forma

$$E_x = \frac{-\imath}{k_0} \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (3.12)$$

$$E_z = \frac{\imath}{k_0} \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (3.13)$$

3.3. Transmisión para anchuras mucho menores que la longitud de onda

En el primer lugar, consideraremos las propiedades de transmisión en el límite de anchuras mucho menores que la longitud de onda, es decir, cuando $a/\lambda \ll 1$.

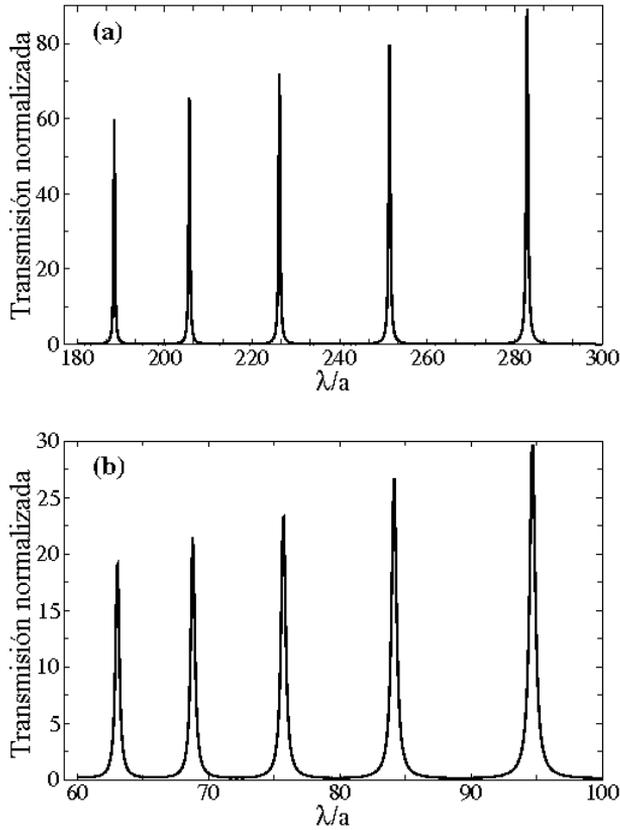


Figura 3.2: Transmisión a través de una sola ranura en una lámina metálica como función de la longitud de onda de la radiación incidente. Los resultados han sido calculados para $h=28.2\text{mm}$ y dos valores diferentes a , $25 \mu\text{m}$ (a) y $75 \mu\text{m}$ (b). El rango de longitudes de onda es el mismo en los dos paneles. Además hemos asumido incidencia normal y $\epsilon=1$ dentro de la ranura.

Para comparar nuestros resultados con datos experimentales disponibles en la literatura, comenzaremos asumiendo $h=28.2 \text{ mm}$ y el mismo rango de longitudes de onda consideradas en [Yang02a]. La figura 3.2 muestra la transmisión en dos rangos diferentes de λ/a dentro del régimen mencionado [en el panel 3.2(a) tomamos $a=25 \mu\text{m}$ mientras que en el panel 3.2(b) consideramos $a=75 \mu\text{m}$]. Además, en el cálculo hemos asumido incidencia normal y $\epsilon=1$ dentro de la ranura.

En el límite $a/\lambda \ll 1$, sólo el modo propagante definido por $m=0$ tiene una contribución no despreciable a la transmisión. Así, si consideramos ese único

modo, el sistema lineal de ecuaciones dado por 3.1 y 3.2 se convierte en un sistema 2x2 (siendo las amplitudes de campo eléctrico E_0 y E'_0 las incógnitas de ese sistema). Por tanto, podremos escribir las siguiente expresiones para E_0 y E'_0

$$E_0 = \frac{I_0 (G_{00} - \epsilon_0)}{(G_{00} - \epsilon_0)^2 - (G_0^V)^2} \quad (3.14)$$

$$E'_0 = -\frac{G_0^V I_0}{(G_{00} - \epsilon_0)^2 - (G_0^V)^2} \quad (3.15)$$

De 3.14 y 3.15 se deduce que los picos de transmisión resonante que se observan en la figura 3.2 están asociados con la condición resonante $|G_{00} - \epsilon_0| = |G_0^V|$. En el límite estricto $a/\lambda \rightarrow 0$, G_{00} va a cero [como $a/\lambda \ln(a/\lambda)$] y, por tanto, en ese caso aparecerá transmisión resonante para los valores de λ tales que $\epsilon_0 = \pm G_0^V$. De las expresiones anteriores se puede derivar de forma sencilla que la condición $\epsilon_0 = \pm G_0^V$ es equivalente a la condición resonante Fabry–Perot dada por $\sin(k_0\sqrt{\epsilon}h) = 0$.

Cuando a/λ es pequeño pero no cero, los picos de transmisión están desplazados y ensanchados debido a la contribución no despreciable de la parte real e imaginaria de G_{00} , respectivamente. Así, podemos decir que cuando la ranura tiene una anchura mucho menor que la longitud de onda, el sistema se comporta básicamente como un interferómetro Fabry–Perot con dos placas con alta reflectividad. Siguiendo con esta analogía, se puede demostrar que cuando a aumenta, el módulo de los coeficientes de reflexión en las interfases de la lámina disminuye [García-Vidal02] y por tanto la eficiencia de este sistema como interferómetro es menor.

En relación con la figura 3.2, también cabe comentar que los resultados numéricos muestran un buen acuerdo con los datos experimentales publicados por Yang y Sambles [Yang02a]. Sin embargo, para ese caso la expresión obtenida en [Takakura01] (donde se realiza un análisis sólo a primer orden en a/λ), sobreestima en aproximadamente 10 % el desplazamiento de los picos resonantes con respecto a la condición resonante Fabry–Perot ($\sin(k_0\sqrt{\epsilon}h) = 0$), indicando que el límite asintótico $a/\lambda \rightarrow 0$ se alcanza muy lentamente.

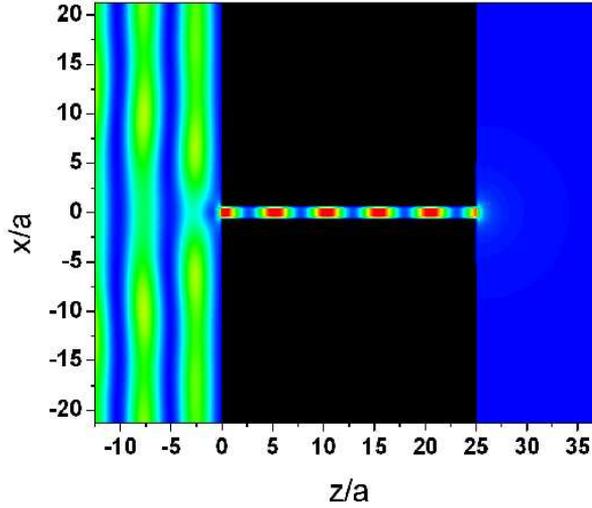


Figura 3.3: Mapa de contornos de la intensidad del campo eléctrico de una sola ranura en una lámina metálica. La ranura está definida por $a=40\ \mu\text{m}$ y $h=1\ \text{mm}$. Asumimos radiación incidente con $\lambda=409\ \mu\text{m}$ y $\theta=0^\circ$. Rojo (azul) corresponde al máximo (mínimo) de la intensidad del campo.

Otra característica importante observada en el régimen $a/\lambda \ll 1$ es el hecho de que la transmisión no depende del ángulo incidente, como era de esperar, ya que en este régimen el campo incidente es prácticamente constante sobre la apertura. Esto se puede deducir a partir de la ecuación 3.1. En esa expresión, la única cantidad que depende de θ es I_0

$$I_0(\theta) = 2 \operatorname{sinc} \left[\pi \left(\frac{a}{\lambda} \right) \sin \theta \right] \quad (3.16)$$

donde $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$.

Si el valor a/λ es suficientemente pequeño, la dependencia de este acoplamiento con el ángulo incidente es despreciable (ya que $\operatorname{sinc}(x) \approx 1$ cuando $x \rightarrow 0$), es decir, $I_0(\theta)$ será independiente de θ .

Nótese que, como mencionamos anteriormente, estamos normalizando la transmisión al flujo de energía EM que llega a la ranura. Por tanto, ya que la transmisión total para los picos resonantes en el caso $a=25\ \mu\text{m}$ es aproximadamente 3 veces mayor que para el caso $a=75\ \mu\text{m}$, deducimos que en este régimen de a/λ el flujo de energía que recoge la ranura en resonancia es aproximadamente

el mismo para cualquier valor de a .

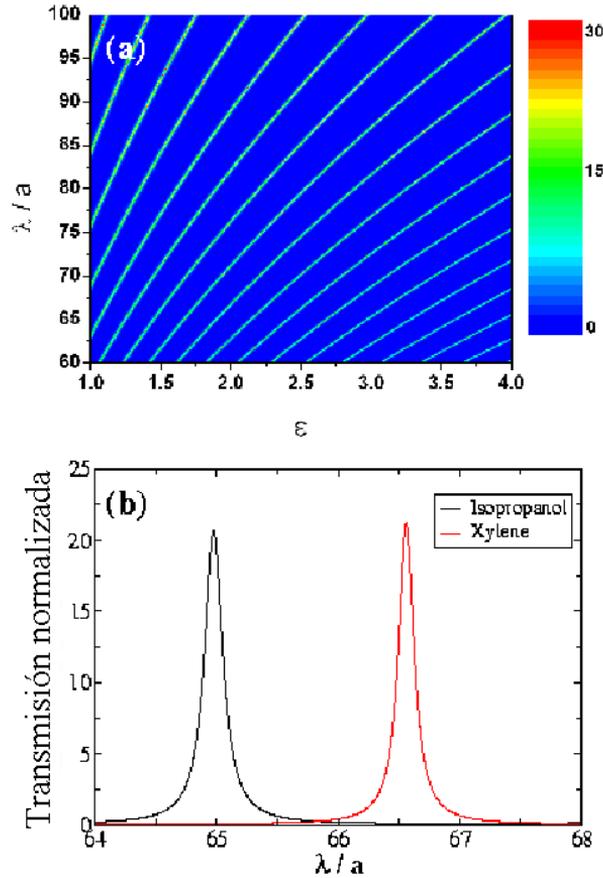


Figura 3.4: (a) Mapa de contornos de la transmisión en función de la longitud de onda (λ) y de la constante dieléctrica (ϵ) dentro de la ranura. Los parámetros geométricos son los mismos que los de la figura 3.2(b). (b) Comparación de la transmisión obtenida con $\epsilon=1.8978$ (línea negra) y $\epsilon=2.2506$ (línea roja).

Esta propiedad también implica que la intensidad del campo eléctrico dentro de la ranura satisface una dependencia $1/a$, y por tanto, podemos obtener aumentos enormes de la intensidad del campo eléctrico simplemente reduciendo el valor de a .

Con respecto al aumento de la intensidad campo eléctrico dentro de la ranura, hay que tener en cuenta que, debido a que estamos excitando un onda

estacionaria, este incremento sólo se tendrá lugar en un conjunto periódico de zonas dentro de la ranura. En la figura 3.3 mostramos un ejemplo representativo de este fenómeno para el caso $a=40\ \mu\text{m}$ and $h=1\ \text{mm}$ a una longitud de onda resonante $\lambda=409\ \mu\text{m}$.

De esta discusión se puede deducir que si introducimos un medio no lineal dentro de la ranura (haciendo un tratamiento similar al que aparece en [Porto04]), obtendremos una modulación del índice de refracción en la dirección de propagación, es decir, un cristal fotónico unidimensional.

Consideremos ahora otra de las propiedades importantes que se deducen de la figura 3.2: la anchura de las resonancias de transmisión decrece a medida que reducimos a . Una aplicación de esta característica es la medida de la constante dieléctrica de pequeñas cantidades de material introducidas dentro de la ranura. Para ello, basta con medir la variación de las longitudes de onda resonantes con ϵ . Este tipo de dispositivos ha sido sugerido en la literatura por Yang y Sambles [Yang02a, Yang02b, Yang02c]. Dentro de este contexto, cabe mencionar también que cambios en las propiedades de transmisión de cristales fotónicos han sido propuestos como medio para identificar cantidades muy pequeñas de fluidos [Topolancik03]. Aquí analizaremos como una sola ranura puede ser una alternativa simple pero funcional al dispositivo demostrado en [Topolancik03].

Para demostrar nuestra propuesta, en la figura 3.4(a) representamos la transmisión a través de una ranura definida por $a=75\ \mu\text{m}$ y $h=28.2\ \text{mm}$ como función de λ y ϵ . En la figura 3.4(b), comprobamos la eficiencia de este sistema considerando los dos mismos fluidos estudiados en [Topolancik03]: isopropanol ($\epsilon=1.8978$) y xylene ($\epsilon=2.2506$). Como se puede ver en esa figura, los dos picos resonantes están lo suficientemente separados en longitudes de onda como para que el sistema propuesto pueda actuar eficientemente como detector de estos dos fluidos. Si estuviéramos interesados en caracterizar dos fluidos con constantes dieléctricas más parecidas entre sí, podríamos obtener una mayor resolución en nuestro sistema simplemente reduciendo la anchura de la ranura. Además, un dispositivo de este tipo también se espera que funcione en el rango óptico, permitiendo caracterizar cantidades nanométricas de fluidos.

3.4. Transición del régimen menor que la longitud de onda al límite de la óptica geométrica

En la sección anterior demostramos que en el caso de $a/\lambda \ll 1$ no hay dependencia de la transmisión con el ángulo incidente. Sin embargo, cuando la anchura de la ranura aumenta, la dependencia de T con θ se hace importante. Si a/λ es lo suficientemente pequeño para que sólo el primer modo ($m=0$) contribuya apreciablemente a la transmisión, el acoplamiento con la onda plana externa estará gobernado por $I_0(\theta)$ [ver ecuación 3.16]. Este es el caso del espectro de transmisión representado en la figura 5(a), donde hemos asumido $a=1.25$ mm. Como se muestra en esta figura, la transmisión máxima se alcanza para $\theta=0^\circ$ y disminuye lentamente cuando aumentamos el valor de θ .

Si seguimos aumentando a , varios modos propios de la ranura con $m > 0$ (tanto evanescentes como propagantes) comienzan a tener una contribución no despreciable a la transmisión. El acoplamiento de estos modos con la radiación externa y entre ellos viene dado por I_m y G_{mn} , respectivamente (ver las correspondientes expresiones en 3.3 y 3.4). Un ejemplo de este comportamiento se muestra en la figura 3.5(b), donde hemos tomado $a=2.75$ mm. De esta figura se deduce que, cuando un modo dentro de la ranura pasa de propagante a evanescente (la línea vertical discontinua muestra la longitud de onda donde $m = 1$ se convierte en propagante: $\lambda = 2a$), las propiedades de transmisión resonante cambian bruscamente. Cabe mencionar que este cambio no se observa para $\theta = 0^\circ$. Esto se debe al hecho de que $I_m(\theta = 0^\circ) = 0$ para $m > 0$ y $G_{0m} = 0$ para m impar. Por tanto, para el caso particular de $\theta = 0^\circ$ y para este rango de longitudes de onda, la transmisión está gobernada por el modo $m = 0$. Similares características para el caso de aperturas circulares han sido predichas teóricamente en la literatura [Roberts87, deAbajo02].

A continuación estudiaremos como cambia la transmisión en un rango λ/a aún menor que los analizados hasta ahora. Para ello, tomaremos como representativo el intervalo $0.1 < \lambda/a < 0.275$. El correspondiente espectro de transmisión está pintado en línea negra en la figura 3.6(a) para $a=2.75$ mm. Por simplicidad, en este caso sólo analizaremos incidencia normal. Los mecanismos físicos para $\theta \neq 0^\circ$ son completamente análogos a los que descritos aquí.

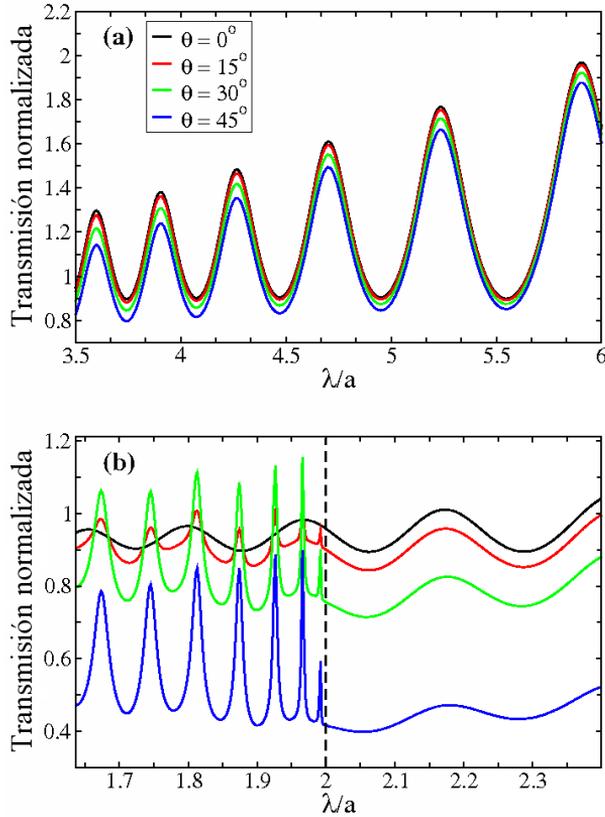


Figura 3.5: Transmisión calculada con $h=28.2$ mm y (a) $a=1.25$ mm y (b) $a=2.75$ mm. Las líneas negra, roja, verde y azul corresponden a $\theta = 0^\circ$, 15° , 30° , y 45° , respectivamente.

Las líneas discontinuas en la figura 3.6(a) muestran las longitudes de onda donde el correspondiente modo se hace propagante (ver las etiquetas de cada modo en la parte de arriba de la figura).

En primer lugar, de la figura 3.6(a) deducimos que los máximos de transmisión aparecen ligados sólo a la aparición de modos propagantes con m par. Esto se puede entender si tenemos en cuenta que, como mencionamos anteriormente, para incidencia normal los modos con m impar están desacoplados con la radiación externa y con el modo $m=0$. Sin embargo, los modos con m par, aunque están desacoplados con la radiación que incide normalmente sobre la estructura, tienen una reiluminación indirecta a través del modo $m=0$.

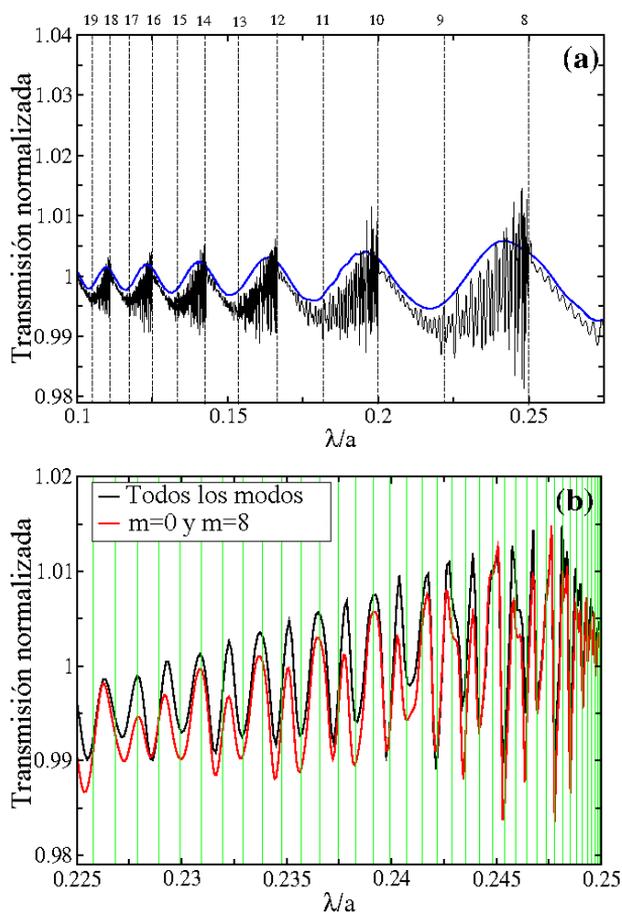


Figura 3.6: Transmisión calculada con $h=28.2$ mm y (a) $a=1.25$ mm y (b) $a=2.75$ mm. Las líneas discontinuas muestran las longitudes de onda a las que el modo correspondiente (ver etiquetas en la parte de arriba) se convierte en propagante. La línea azul corresponde a un cálculo donde sólo se considera el modo $m=0$. (b) Comparación de la transmisión calculada teniendo en cuenta todos los modos (línea negra) y sólo los modos $m=0$ y $m=8$ (línea roja). Las líneas verticales en verde muestran las longitudes de onda a las que se satisface la condición de Fabry–Perot para $m=8$.

Además, cabe señalar que si en el cálculo sólo incluimos el modo con $m=0$ obtenemos aproximadamente la envolvente de toda la transmisión [ver la línea azul en la figura 3.6(a)].

Finalmente en esta sección, demostraremos como cerca de la longitud de onda donde un modo con $m=m_0$ pasa de ser evanescente a propagante (es decir, en $\lambda/a=2/m_0$), las características de los espectros de transmisión están

gobernadas sólo por el modo $m=0$ y el propio modo $m = m_0$. Para ilustrar cuantitativamente esta propiedad, en la figura 3.6(b) pintamos la transmisión en un intervalo de longitudes de onda alrededor del valor de λ donde el modo $m=8$ pasa de evanescente a propagante ($\lambda/a=0.25$).

La línea negra en esta figura muestra el resultado de considerar todos los modos dentro de la ranura, mientras que la línea roja muestra el mismo cálculo pero sólo incluyendo los modos $m=0$ and $m=8$ en las ecuaciones 3.1 y 3.2. En este espectro, el modo $m=0$ da lugar aproximadamente al valor promedio de la transmisión mientras que el modo $m=8$ produce el comportamiento oscilatorio alrededor de ese promedio.

Las rápidas oscilaciones que se observan en la figura 3.6(a) y (b) se pueden explicar mediante el análisis de la componente z del vector de onda k_z asociado al correspondiente modo propio en el intervalo de λ donde este modo cambia de evanescente a propagante. Dentro de este rango de longitudes de onda se verifica que $k_z \rightarrow 0$. Por tanto, en ese intervalo la condición Fabry-Perot $\sin(k_z \sqrt{\epsilon} h) = 0$ será satisfecha para muchos valores de λ . Esto da lugar a un conjunto de picos de transmisión con una separación en longitudes de onda muy pequeña entre ellos [ver las líneas verticales verdes en la figura 3.6(b)]. Por último, destacar que en la figura 3.6(a) vemos como la amplitud de las oscilaciones de la transmisión tiende a 0 mientras que su valor promedio tiende a 1 cuando $\lambda/a \rightarrow 0$, como se espera de la óptica geométrica.

3.5. Conclusiones

En este capítulo hemos llevado a cabo un estudio detallado de la transmisión a través de una sola ranura en una lámina metálica. En primer lugar, hemos analizado el caso en el que la anchura de la ranura es mucho menor que la longitud de onda de la radiación incidente. En ese caso, hemos demostrado la aparición de resonancias de transmisión asociadas con la excitación de los modos guiados dentro de la ranura. También en ese régimen, hemos presentado una posible aplicación de la estructura estudiada como micro- o nano-detector de fluidos.

En la segunda parte de este capítulo, hemos analizado como cambia la transmisión cuando aumentamos la anchura de la ranura. También en esta segunda

parte hemos estudiado como los resultados tienden al límite de la óptica geométrica ($T \rightarrow 1$) cuando $\lambda \gg a$. Hemos demostrado que en incidencia normal sólo el modo fundamental (definido por $m=0$) se acopla directamente con la iluminación externa y por tanto es el que gobierna el comportamiento de la transmisión.

Finalmente, hemos encontrado que las rápidas oscilaciones que aparecen cerca de la longitud de onda donde un modo se convierte en propagante están principalmente determinadas por dicho modo. Además hemos probado que, en ese caso, es posible reproducir el espectro de transmisión considerando únicamente el modo fundamental y el modo que pasa de evanescente a propagante en el intervalo analizado.

CAPÍTULO 4

Transmisión extraordinaria y propiedades demultiplexoras de conjuntos finitos de ranuras

4.1. Introducción

Poco tiempo después del descubrimiento experimental de la transmisión extraordinaria de luz a través de distribuciones periódicas de aperturas en una lámina metálica [Ebbesen98], se encontró que se podía obtener transmisión extraordinaria a través de una sola apertura por medio de una corrugación superficial realizada sobre la interfase iluminada de la lámina [Grupp99, Thio01, Lezec02].

También se encontró que la transmisión total no se modificaba por la presencia de corrugaciones en la superficie de salida, pero que, para algunas longitudes de onda resonantes, estas corrugaciones podían cambiar en gran medida la distribución angular de la luz transmitida, dando lugar a efectos de colimación de la luz [Lezec02, Martín-Moreno03]. Esto se demostró experimentalmente tanto para una apertura circular rodeada de trincheras concéntricas (lo que se denomi-

na estructura de *ojo de buey*) como para una sola ranura rodeada de conjuntos periódicos de canales.

Así mismo, se demostró que los dos procesos mencionados (por un lado el que produce el aumento de la transmisión y por otro el que da lugar a la colimación del haz) se producen independientemente [Martín-Moreno03, García-Vidal03a]. Por tanto, es posible diseñar estructuras en las que se produzca un aumento de la luz transmitida y simultáneamente que esta luz sea colimada en un haz muy estrecho. Para ello, sería suficiente con corrugar adecuadamente tanto la superficie de entrada como la de salida de la lámina metálica.

Como veremos en este Capítulo, los efectos que acabamos de describir están asociados a la formación de resonancias EM que se propagan sobre la superficie del metal. A medida que se propagan, estos modos radian debido a su acoplamiento con las ondas planas del vacío. Las longitudes de onda a las que tienen lugar estas resonancias EM dependen de los parámetros geométricos que definen las corrugaciones, es decir, de la distancia entre las indentaciones, sus profundidades y sus anchuras.

La mayor parte de los estudios que tratan el tipo de estructuras descritas asumen una configuración simétrica de indentaciones alrededor de la apertura o ranura central. En este Capítulo exploraremos las propiedades de transmisión de una ranura rodeada asimétricamente por conjuntos finitos de canales. Demostraremos que se puede considerar que las propiedades de los conjuntos de canales situados a cada lado de la ranura central son prácticamente independientes. Esta característica nos permitirá diseñar la corrugación en la superficie iluminada de la lámina de forma que sólo transmita de forma resonante dos longitudes de onda diferentes. Por otro lado, definiendo adecuadamente los parámetros que definen la corrugación de salida, mostraremos como estas dos longitudes de onda seleccionadas pueden ser transmitidas a través del sistema en forma de dos haces muy estrechos con direcciones bien definidas. Este tipo de sistemas capaces de filtrar dos longitudes de onda y dirigirlos en dos direcciones diferentes son denominados demultiplexores.

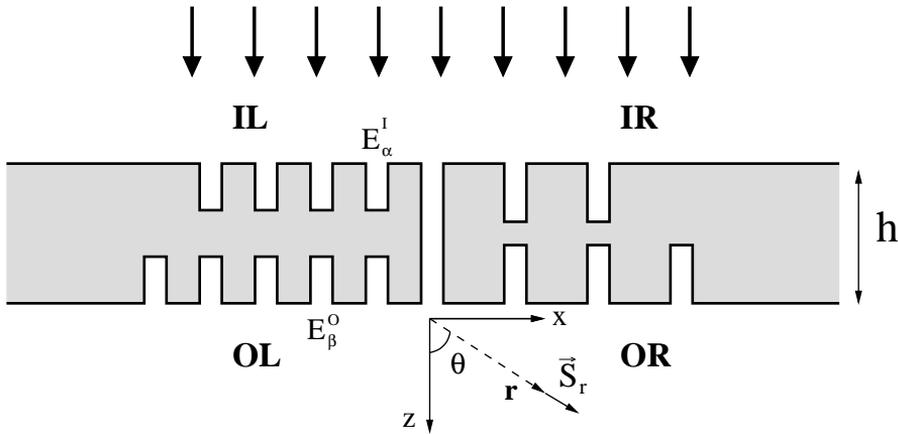


Figura 4.1: Esquema de la estructura estudiada. IL, IR, OL y OR etiquetan los conjuntos de indentaciones situados a izquierda y derecha de la interfase iluminada (IL e IR, respectivamente) y a izquierda y derecha de la interfase no iluminada (OL y OR, respectivamente). El sistema de referencia utilizado también aparece en la figura. Las flechas superiores representan a la onda plana incidente.

4.2. Formalismo teórico

La estructura que estamos interesados en analizar en este Capítulo está esquematizada en la figura 4.1: consiste en una ranura rodeada por conjuntos finitos de indentaciones 2D rectangulares (es decir canales cuya sección transversal es rectangular). La ranura central podrá esta rodeada por conjuntos de canales tanto en el interfase iluminada como no iluminada de la lámina y, en cada caso, estos conjuntos podrán ser diferentes a izquierda y derecha de la ranura. Etiquetaremos estos cuatro conjuntos como IL, IR, OL y OR (ver figura 4.1), dependiendo si están a la izquierda o derecha de la interfase iluminada (IL o IR, respectivamente) o a la izquierda o derecha de la interfase no iluminada (OL o OR, respectivamente).

Cada indentación (α) está caracterizada por su posición (\mathbf{r}_α), su anchura (a_α) y su profundidad (h_α). La ranura central (etiquetada con el subíndice 0) se considera situada en el origen de coordenadas y definida por una anchura a_0 . El grosor de la lámina metálica viene dado por h . Además asumiremos $\epsilon=1$ tanto dentro de la ranura y los canales como en las regiones que están por encima y por

debajo de la estructura. También a lo largo de todo el Capítulo, por simplicidad, sólo consideraremos incidencia normal.

Antes de continuar, es importante señalar que en este Capítulo sólo consideraremos luz incidente con polarización p , ya que para la polarización s no se han encontrado efectos resonantes en el tipo de estructuras estudiadas.

Para resolver el problema descrito, utilizaremos el formalismo teórico expuesto en el Capítulo 2, es decir, emplearemos un desarrollo de los campos EM en ondas planas en el vacío y en modos propios de guía de ondas dentro de las indentaciones (la ranura y los canales). En este último caso, como estamos interesados sólo en estructuras en las que $a/\lambda \ll 1$, consideraremos que sólo el modo fundamental propagante es excitado. Así, para x dentro de la indentación α , el campo eléctrico es una combinación lineal de $\phi_\alpha(x) \exp(\pm i k_0 z)$, donde $k_0 = 2\pi/\lambda$ y $\phi_\alpha(x) = 1/\sqrt{a_\alpha}$.

Además, dentro de este marco teórico, se ha demostrado [Martín-Moreno03, García-Vidal03a] que la aproximación de metal perfecto es capaz de reproducir de forma semi-cuantitativa los fenómenos de transmisión extraordinaria y colimación que aparecen en el régimen óptico para estructuras finitas 2D.

Como ya describimos en la Sección 2.3.1, podemos obtener los coeficientes de la expansión de los campos EM en el vacío a partir de las condiciones de continuidad de las componentes paralelas al plano xy del campo eléctrico y magnético (E_x y H_y , respectivamente) en las interfases del sistema. Estas ecuaciones se pueden expresar en función del conjunto de amplitudes modales dentro de las indentaciones $[E_\alpha, E'_\beta]$ (ver figura 4.1), donde el subíndice α va desde $-N_L^I$ a $+N_R^I$ (siendo N_L^I y N_R^I el número de indentaciones en la superficie iluminada a izquierda y derecha de la ranura central, respectivamente). El índice β corre desde $-N_L^O$ a $+N_R^O$ (N_L^O y N_R^O son el número de indentaciones en la superficie de salida a izquierda y derecha de la ranura central, respectivamente). Aquí tenemos que tener en cuenta que, como ya mencionamos, el índice 0 designa la ranura central.

Como describimos en 2.3.1, es posible encontrar un conjunto de $N_L^I + N_R^I + N_L^O + N_R^O + 2$ ecuaciones que gobiernan el comportamiento de $[E_\alpha, E'_\beta]$. Este sistema de ecuaciones se puede escribir de la forma

$$[G_{\alpha\alpha} - \epsilon_\alpha] E_\alpha + \sum_{\gamma \neq \alpha} G_{\alpha\gamma} E_\gamma - G_0^V E_0' \delta_{\alpha 0} = I_\alpha \quad (4.1)$$

$$[G_{\beta\beta} - \epsilon_\beta] E_\beta' + \sum_{\eta \neq \beta} G_{\beta\eta} E_\eta' - G_0^V E_0 \delta_{\beta 0} = 0 \quad (4.2)$$

donde el conjunto de ecuaciones 4.1 determina los coeficientes modales en la interfase iluminada y donde, por tanto, α y γ van desde $-N_L^I$ a N_R^I . Por otro lado, el conjunto de ecuaciones 4.2 es homogéneo (la superficie de salida no está iluminada externamente) y β y η van desde $-N_L^O$ a N_R^O . Nótese que la conexión entre las dos interfaces se realiza sólo a través de la ranura central y aparece a través del término $G_0^V E_0' \delta_{\alpha 0}$ en el primer conjunto de ecuaciones y a través de $G_0^V E_0 \delta_{\beta 0}$ en el segundo conjunto. En la sección 2.3.1 aparecen explicados en detalle el origen físico y los valores de las diferentes magnitudes que aparecen en las ecuaciones 4.1 y 4.2.

Una vez calculados los valores de $[E_\alpha, E_\beta']$ y teniendo en cuenta que el metal se comporta como un conductor perfecto (como ya demostramos en el Capítulo 2), podemos escribir la transmisión total como una función de las amplitudes del campo eléctrico a la entrada y a la salida de la ranura central (ver Sección 2.3.2) de la forma

$$T = \text{Im} \left\{ G_0^V E_0 E_0'^* \right\} \quad (4.3)$$

También, como demostramos en 2.3.3, podemos escribir los campos EM en espacio real en función del conjunto $[E_\alpha^I, E_\beta^O]$. Así por ejemplo, en la región de transmisión ($z > 0$) tenemos

$$H_y(x, z) = \sum_{\alpha} E_\alpha' G_\alpha^H(x, z) \quad (4.4)$$

El resto de las componentes del campo EM para la polarización considerada se pueden obtener de $H_y(x, z)$ como

$$E_x(x, z) = \frac{-i}{k_0} \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial z} \quad (4.5)$$

$$E_z(x, z) = \frac{i}{k_0} \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial x} \quad (4.6)$$

Finalmente, notar que en la ecuación 4.4 hemos definido

$$G_\alpha^H(x, z) = \frac{i k_0}{2} \int dk \phi_\alpha^*(k, x) H_0^{(1)}(k|x - x'|) \exp(i\sqrt{k_0^2 - k^2}) \quad (4.7)$$

donde $H_0^{(1)}(\cdot)$ es la función de Hankel de primera especie de orden 0. Detalles del cálculo de $G_\alpha^H(x, z)$ aparecen en la Sección 2.4.2.

4.3. Propiedades de transmisión

En [García-Vidal03a] se analizaron las condiciones para aumentar la intensidad de campo eléctrico dentro de una ranura cuando rodeamos ésta con una configuración simétrica de indentaciones. En ese trabajo se indentificaron tres mecanismos resonantes que intervienen en el problema: la excitación de un modo guía de onda dentro de la ranura (lo que está controlado por la anchura de la lámina), los modos guía de onda de las indentaciones (controlados por la profundidad de las indentaciones) y los procesos de re-emisión en fase (siendo esta re-emisión máxima para longitudes de onda del orden de la periodicidad del conjunto de indentaciones d). Así, podremos obtener grandes incrementos en la transmisión a longitudes de onda resonantes cuando los tres mecanismos mencionados coincidan. Esto significa que, fijado el valor de la anchura de las indentaciones, para cada valor de d existe un valor óptimo de la profundidad de estas indentaciones para el que la transmisión será máxima.

En esta sección generalizaremos el estudio descrito en [García-Vidal03a] y presentaremos resultados para la transmisión total (T) de un sistema compuesto por una sola ranura y, en el caso más general, cuatro conjuntos finitos (diferentes entre sí) de indentaciones distribuidas periódicamente.

Antes de continuar con el estudio del sistema considerado, cabe señalar que incluso con las simplificaciones que hemos introducido en el tratamiento de este problema, la estructura está caracterizada por un conjunto grande de parámetros geométricos.

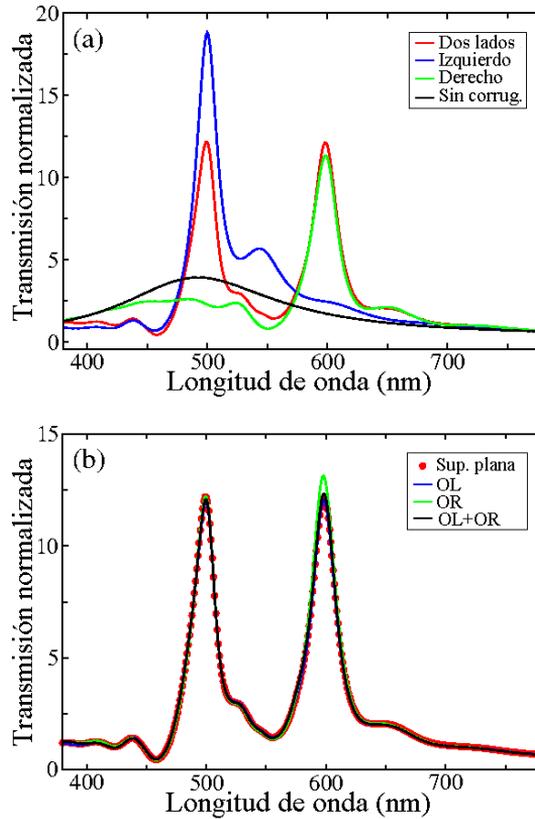


Figura 4.2: (a) Transmisión normalizada al área en función de la longitud de onda para un estructura definida por una superficie no iluminada plana y una superficie iluminada con indentaciones a ambos lados de la ranura central (línea roja), sólo en el lado izquierdo (línea azul) y sólo en el lado derecho (línea verde). La línea negra corresponde al caso de una sola ranura sin corrugaciones. (b) Espectros de transmisión de diferentes estructuras considerando conjuntos de indentaciones a ambos lados de la ranura central en la cara iluminada y diferentes configuraciones para la cara no iluminada de la lámina. OL, OR y OL+OR etiquetan los casos en los que se corrugada el lado izquierdo, el derecho o ambos en la superficie no iluminada.

En este Capítulo asumiremos que todas las anchuras de las indentaciones (a) son iguales y que los conjuntos de indentaciones alrededor de la ranura central tienen el mismo número de indentaciones (N). Los resultados que presentamos aquí son para $a = 40$ nm, $N = 10$ y una anchura de la lámina de $h = 200$ nm, que son valores típicos considerados en los experimentos que aparecen en la literatura (la razón para escoger el valor de h dado será clarificada más adelante). Como

ya mencionamos en el Capítulo 2, los resultados obtenidos aquí serán aplicables en otros regímenes de frecuencia simplemente escalando todas las dimensiones por el factor adecuado. También es importante mencionar que, siguiendo la convención para la normalización utilizada a lo largo de esta tesis, normalizaremos la transmisión al flujo de energía EM incidente sobre la superficie de la ranura.

En primer lugar, debemos tener en cuenta que para obtener propiedades demultiplexoras, es conveniente tener al menos dos longitudes de onda transmitidas resonantemente a través de la estructura (que etiquetaremos como λ_1 y λ_2). Aquí escogeremos $\lambda_1 = 500$ nm y $\lambda_2 = 600$ nm arbitrariamente y simplemente para demostrar los mecanismos físicos de los fenómenos que estamos analizando.

Consideremos el caso de una sola ranura rodeada de un sólo conjunto de indentaciones en la cara iluminada (IL). Para los valores que hemos escogido de a y N , hemos encontrado que los valores óptimos de los parámetros d_L y h_L que maximizan la transmisión resonante para $\lambda = \lambda_1$ son $d_L = 470$ nm y $h_L = 75$ nm. Para este conjunto de parámetros, los mecanismos de aumento de la transmisión debidos tanto a la excitación del modo guía de onda dentro de los canales como a la re-emisión en fase de las indentaciones aparecen a la vez en λ_1 .

El espectro de transmisión $T(\lambda)$ para este caso está representado en línea azul en la figura 4.2(a). En esa figura se puede observar claramente la resonancia de transmisión que aparece en $\lambda = 500$ nm. Para comparar, también se muestra en línea negra el espectro para el caso de una sola ranura. La línea verde en la figura 4.2(a) representa $T(\lambda)$ para un caso similar, también con un solo conjunto de indentaciones a un lado de la ranura pero esta vez con un parámetro de red $d_R = 560$ nm y una profundidad de las indentaciones $h_R = 95$ nm. Estos dos valores de d_R y h_R están optimizados para obtener transmisión resonante para $\lambda=600$ nm.

La línea roja de la figura 4.2(a) representa $T(\lambda)$ para el caso de una sola ranura rodeada de los dos conjuntos de indentaciones descritos previamente (es decir, a la izquierda tenemos 10 indentaciones con $d_L = 470$ nm y $h_L = 75$ nm y a la derecha otro conjunto de 10 indentaciones con $d_R = 560$ nm y $h_R = 95$ nm). Esta curva muestra que las resonancias de transmisión asociadas a cada conjunto de indentaciones por separado se mantienen (aunque ligeramente modificadas) cuando los dos conjuntos son situados uno cerca del otro. Como también se puede

observar en este resultado, cuando ambos conjuntos están presentes, los picos de transmisión a $\lambda = 500$ nm y $\lambda = 600$ nm tienen la misma altura. Esto no es algo casual ni una propiedad intrínseca del sistema: simplemente hemos escogido el valor de la anchura de la lámina ($h=200$ nm) para estos picos de transmisión sean similares. Cabe señalar, que aunque ésta es una característica importante en los dispositivos demultiplexores, con nuestro diseño sólo pretendemos mostrar que esta condición puede ser satisfecha para el tipo de estructuras propuestas en este Capítulo. El caso presentado aquí, no está sin embargo optimizado. Probablemente sea posible hacer que las longitudes de onda seleccionadas se puedan beneficiar de las resonancias guía de onda de la ranura [Porto99, Collin01, Takakura01, Yang02a], consiguiéndose así un aumento mayor de la transmisión.

Finalmente, en la figura 4.2(b), se muestran los espectros de transmisión correspondientes a una estructura con conjuntos de indentaciones tanto en el lado izquierdo como derecho de la cara iluminada de la lámina y distintas configuraciones en la cara no iluminada. En la figura se representa el caso de una superficie de salida plana (puntos rojos), con corrugaciones sólo a la izquierda de la ranura (OL), sólo a la derecha (OR) y a ambos lados (OL y OR). Por tanto deducimos que en estructuras asimétricas, de forma similar a lo que sucede para configuraciones simétricas [García-Vidal03a], $T(\lambda)$ se puede considerar independiente de la corrugación realizada sobre la superficie de salida.

4.4. Distribución angular de la luz transmitida

En esta sección presentaremos los resultados correspondientes a la distribución angular de la componente radial de vector de Poynting [$S_r(\mathbf{r})$] evaluada en la región de transmisión (es decir, en $z > 0$). En el límite $a/\lambda \ll 1$, la distribución angular de la transmisión del tipo de sistemas estudiados en este Capítulo depende sólo de la corrugación realizada sobre la cara no iluminada de la lámina. Para representar mejor la distribución angular de la potencia transmitida, es conveniente, para cada longitud de onda, normalizarla a la transmisión total, por lo que definiremos la distribución angular de la transmisión en el campo lejano como $I(\theta) \equiv r S_r^{nor}(\theta)$ (con $r \gg Nd, \lambda$), donde $S_r^{nor}(\theta) = |\mathbf{S}^{nor}(\lambda, \mathbf{r})|$ y $\mathbf{S}^{nor}(\lambda, \mathbf{r}) = \mathbf{S}(\lambda, \mathbf{r})/T(\lambda)$.

En estudios recientes tanto en el rango óptico [Lezec02, Martín-Moreno03]

como de microondas [Hibbins02] se ha encontrado que la función $I(\theta)$ correspondiente a una sola ranura rodeada de conjuntos de indentaciones en el lado de salida, muestra efectos de colimación de la luz en ciertos rangos de frecuencia. En particular en [Lezec02] se desarrolló un modelo fenomenológico basado en la hipótesis de la existencia de un modo radiativo que se propagaba sobre la superficie. Posteriormente, se desarrolló un modelo de primeros principios [Martín-Moreno03] que mostraba un buen acuerdo con los resultados experimentales. Básicamente, siguiendo este último trabajo, el proceso de colimación se puede entender de la siguiente forma: el campo EM que es emitido por la ranura se acopla con un modo de superficie, que es el resultado de la reiluminación autoconsistente entre indentaciones. Este modo se propaga sobre la superficie y radía al vacío en la posición de estas indentaciones. Así, en lo que se refiere a los procesos de emisión, el conjunto de indentaciones se comporta como una red de difracción efectiva, pero iluminada a un ángulo que depende de λ y que está relacionado con la fase acumulada por la mencionada onda de superficie. En realidad, la intensidad de emisión es diferente en los diferentes puntos de radiación de esta red de difracción equivalente, y tiene que calcularse autoconsistentemente utilizando las ecuaciones 4.1 y 4.2. El resultado final muestra que, para ciertos valores del ángulo, el exceso de camino óptico de la radiación que emiten las diferentes indentaciones cancela la fase acumulada de la onda de superficie, dando lugar a un máximo de $I(\theta)$.

Los dos trabajos mencionados previamente ([Lezec02] y [Martín-Moreno03]) consideran una configuración de indentaciones simétrica alrededor de la ranura central. Por tanto, en esos casos, para un valor de λ dado, $I(\theta)$ es una función simétrica respecto a $\theta=0^\circ$. Como ya hemos mencionado, en este Capítulo generalizaremos los estudios citados al caso de estructuras asimétricas alrededor de la ranura central. En primer lugar, veremos como es posible obtener efectos de colimación incluso cuando tenemos un conjunto de indentaciones sólo a un lado de la ranura. También demostraremos que el haz producido por uno de los conjuntos de indentaciones no se modifica sustancialmente si otro conjunto se sitúa también en la superficie no iluminada de la lámina pero en el otro lado de la ranura.

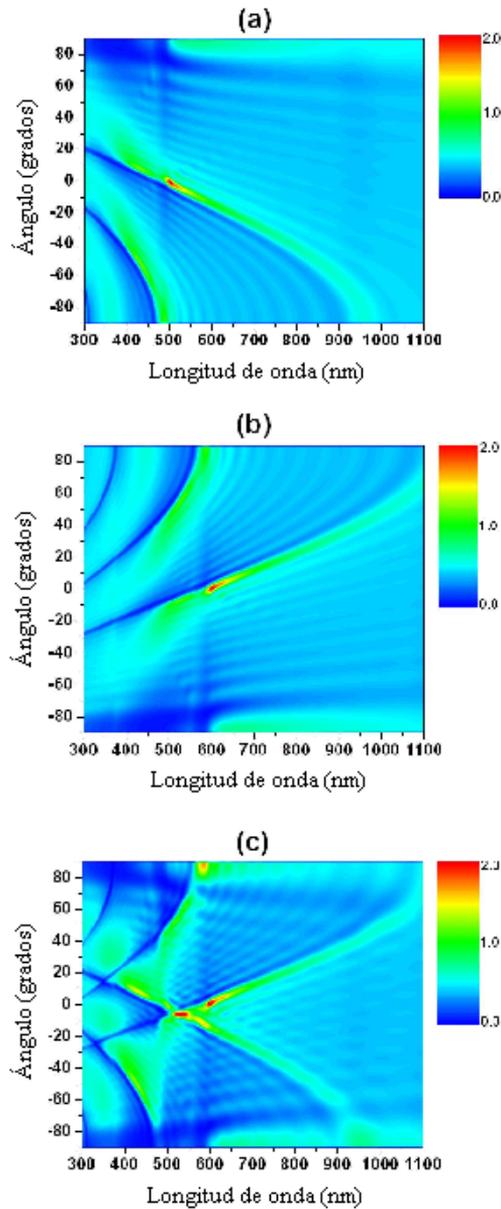


Figura 4.3: Mapas de contorno de $I(\lambda, \theta)$ (ver la definición de θ en la figura 4.1). En la figura se consideran tres configuraciones diferentes de la superficie no iluminada de la lámina. (a) OL con $h=75$ nm y $d=470$ nm. (b) OR con $h=95$ nm y $d=600$ nm. (c) OL+OR con los mismos parámetros geométricos que en (a) y (b).

Esta propiedad se ilustra en la figura 4.3(a), donde se representa $I(\lambda, \theta)$ para un sistema formado por una sola ranura y un conjunto de canales situados a la izquierda de la misma (en la configuración que hemos etiquetado anteriormente como OL) con los siguientes parámetros geométricos: $d_L = 470\text{nm}$ y $h_L = 75\text{nm}$. Nótese que en la sección anterior encontramos que este conjunto de parámetros son óptimos para obtener transmisión extraordinaria para $\lambda_1 = 500\text{ nm}$. La figura 4.3(a) muestra que la estructura asimétrica considerada presenta efectos de colimación para un rango de longitudes de onda en el que la máxima colimación aparece a la misma longitud de onda resonante λ_1 . Además, como se puede ver en la figura, incluso en esta configuración asimétrica, la máxima colimación ocurre para $\theta = 0^\circ$.

Los resultados de un caso similar aparecen representados en el panel (b) de la figura 4.3, pero esta vez el conjunto de canales se ha situado a la derecha de la ranura (configuración OR) con $d_R = 560\text{ nm}$ and $h_R = 95\text{ nm}$. Estos parámetros optimizan tanto el valor de la transmisión como de $I(\theta = 0^\circ)$ para $\lambda_2 = 600\text{ nm}$.

Finalmente, en la figura 4.3(c) se representa $I(\lambda, \theta)$ cuando los dos conjuntos de canales etiquetados como OR y OL están presentes. Como se puede ver en este último panel, el mapa de contorno resultante se puede considerar como la suma de los resultados de los paneles (a) y (b). Sin embargo, es importante señalar que los conjuntos de indentaciones situados a izquierda y derecha de la ranura no son completamente independientes: existe un pequeño desplazamiento tanto en las longitudes de onda a las que aparece la máxima colimación como en los ángulos asociados (que ahora se desplazan de la dirección normal). Esta última propiedad será, como describiremos en la próxima Sección, de gran utilidad para el uso de este tipo de estructuras como demultiplexores.

4.5. Propiedades demultiplexoras

Las dos propiedades de los sistemas descritos en las dos secciones anteriores, es decir, (i) la transmisión selectiva de dos longitudes de onda mediante la corrugación de la interfase iluminada de la lámina (ver Sección 4.3) y (ii) la colimación de la luz transmitida a las mismas dos longitudes de onda en dos direcciones diferentes (ver Sección 4.4), pueden ser combinadas para dar lugar a una nueva aplicación de los sistemas compuestos por ranuras rodeadas de indentaciones:

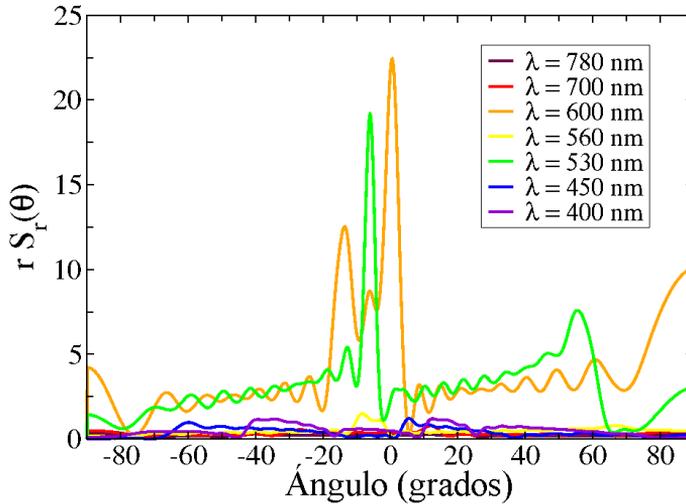


Figura 4.4: Dependencia de $r S_r(\theta)$ (ver en el texto) con el ángulo para varias longitudes de onda. El resultado de cada longitud de onda está pintado con su correspondiente color en el espectro visible. Como se puede ver, el efecto de colimación sólo aparece para $\lambda = 530$ nm y $\lambda = 600$ nm.

este tipo de estructuras pueden ser usadas como dispositivos demultiplexores de tamaño micrométrico.

Esta nueva funcionalidad se ilustra en la figura 4.4 donde se representa la cantidad $r S_r(\theta)$ calculada en el campo lejano para diferentes longitudes de onda y para una estructura en la que los cuatro conjuntos de indentaciones descritos en las secciones anteriores (IL, IR, OL y OR) están presentes.

Los parámetros geométricos son esencialmente los mismos que los de las figuras 4.2 y 4.3(c), pero ahora, por conveniencia, uno de los conjuntos de indentaciones en la superficie iluminada de la lámina ha sido modificado para obtener transmisión resonante en $\lambda = 530$ nm. Como vemos en la figura, para las dos longitudes de onda mencionadas ($\lambda = 530$ nm y $\lambda = 600$ nm) la luz emerge de la estructura en forma de dos haces muy estrechos (con una divergencia de haz de aproximadamente 5°) que pueden ser detectados a ángulos de 6° para el caso $\lambda = 530$ nm y 0° para $\lambda = 600$ nm. Nótese que debido a la interacción entre las indentaciones situadas a izquierda y derecha de la ranura, la luz con longitud de onda de 600 nm también puede ser encontrada a un ángulo mayor (14°).

Para el resto de las longitudes de onda (ver figura 4.4), la transmisión es

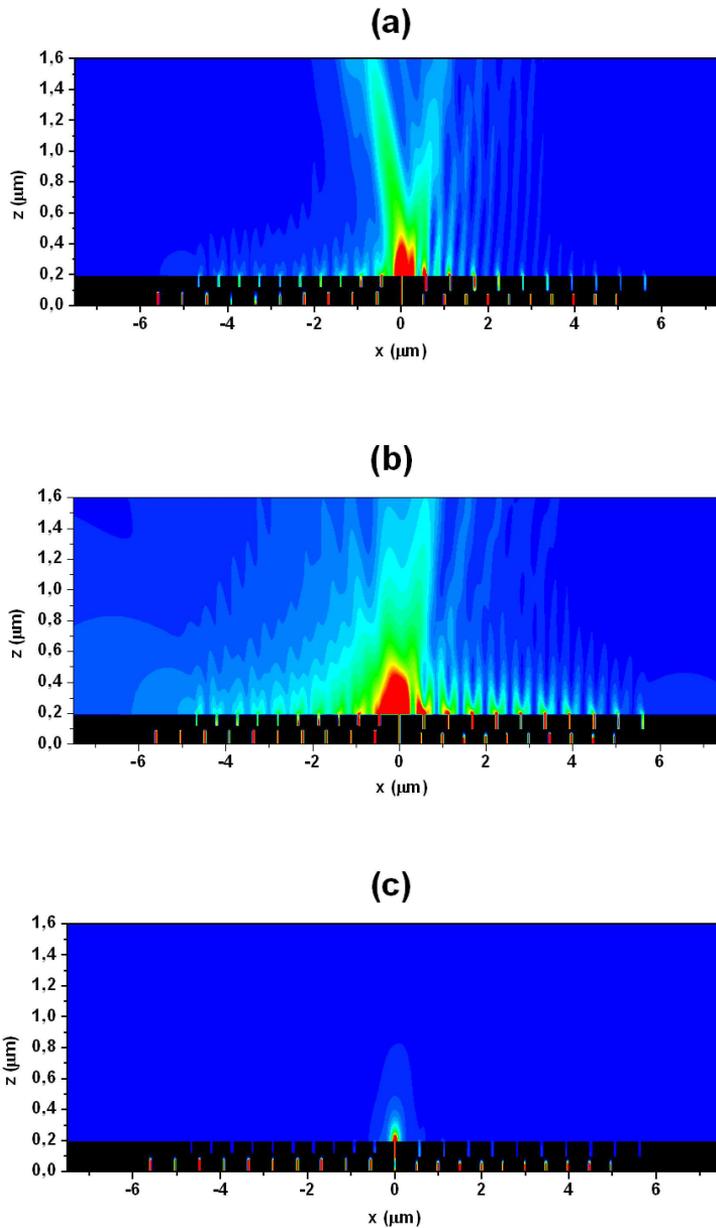


Figura 4.5: Patrones de intensidad de campo eléctrico para la estructura demultiplexadora propuesta. En la figura se consideran tres longitudes de onda diferentes: (a) $\lambda=530$ nm, (b) $\lambda=600$ nm y (c) $\lambda=700$ nm (fuera de resonancia). Rojo (azul) corresponde a la intensidad máxima (mínima). Las áreas negras corresponden a las regiones metálicas.

extremadamente baja y su correspondiente distribución angular es aproximadamente uniforme.

Para continuar con la ilustración de la naturaleza resonante del fenómeno estudiado aquí, en la figura 4.5 mostramos los patrones de campo cercano (es decir, de intensidad de campo eléctrico) en la región de transmisión. Los paneles (a) y (b) muestran las dos longitudes de onda resonantes $\lambda=530$ nm y $\lambda=600$ nm, respectivamente. En el panel (c) está representado el caso correspondiente a una longitud de onda no resonante $\lambda = 700$ nm.

Como se deduce de la figura 4.5, para el caso no resonante, los canales realizados a izquierda y derecha de la ranura central no juegan ningún papel: la intensidad de campo eléctrico es baja y su correspondiente distribución angular prácticamente uniforme. Sin embargo, para las dos longitudes de onda resonantes, como se puede ver claramente en las figuras 4.5(a) y (b), la luz no es emitida solamente por la ranura central sino también por las indentaciones situadas a cada uno de sus lados. Como resultado de la interferencia entre estos procesos de re-emisión, de la estructura emergen haces estrechos que es posible visualizar en los patrones de campo cercano representados. En estas figuras también podemos observar las características típicas de las ondas de superficie que se forman en la interfase metal-dieléctrico y que son la base de los procesos de colimación descritos.

4.6. Conclusiones

Hemos demostrado como una sola ranura rodeada de conjuntos finitos de indentaciones bidimensionales puede presentar propiedades demultiplexoras. Así, los parámetros geométricos que definen la estructura pueden ser escogidos de forma que la estructura sólo transmita resonantemente dos longitudes de onda y que la luz transmitida a estas dos longitudes de onda sea colimada en dos haces que se propaguen en dos direcciones diferentes.

Un ventaja práctica de este tipo de demultiplexador *plasmónico* con respecto a otros basados, por ejemplo, en cristales fotónicos [Kosaka98, Noda00, Baba02] es que la luz que emerge del dispositivo propuesto presenta una baja divergencia angular. Además, esta divergencia puede ser controlada y reducida aumentando el número de indentaciones en la interfase no iluminada de la lámina.

Finalmente, la estructura analizada en este Capítulo podría ser utilizada para construir demultiplexores para más de dos longitudes de onda. Para ello, tendríamos que añadir más de una ranura con sus correspondientes indentaciones a cada lado y optimizar los parámetros geométricos para cada longitud de onda.

CAPÍTULO 5

Transmisión extraordinaria a través de conjuntos finitos de aperturas tridimensionales

5.1. Introducción

Este Capítulo lo dedicaremos al análisis de las propiedades de transmisión extraordinaria de luz (EOT) a través conjuntos finitos de aperturas tridimensionales (3D). Se puede decir que este estudio constituye la parte central de esta tesis, tanto por el número de resultados originales que se incluyen en este Capítulo como por la relevancia de los mismos. Cabe destacar que los estudios teóricos anteriores a estos trabajos que abordaban las propiedades de transmisión resonante de láminas metálicas perforadas consideraban, en el caso de aperturas 3D, sistemas periódicos infinitos [Martín-Moreno01, Salomon01]. Sin embargo, como veremos en este Capítulo, para entender algunas de las características fundamentales de los fenómenos de transmisión resonante que aparecen en los experimentos, es necesario tener en cuenta el tamaño finito de las muestras. Además, un estudio

sistemático de la respuesta de estos conjuntos finitos 3D permite encontrar estructuras con propiedades ópticas nuevas, de forma similar a lo que ha ocurrido en el caso de sistemas compuestos por aperturas bidimensionales (2D) [Lezec02, Hibbins02, Martín-Moreno03, García-Vidal03a, García-Vidal03b, Akarca-Biyikli04].

La ausencia en la literatura del tipo de estudio presentado aquí era debida principalmente a la falta de un método numérico que permitiese tratar un conjunto *finito* compuesto por un número suficientemente grande de agujeros como para que los efectos de transmisión resonante fuesen importantes. Los métodos que se han venido utilizando tradicionalmente para el análisis de sistemas fotónicos [tales como el *finite-differences-time-domain* (FDTD) o el método de los elementos finitos (FEM)] están basados en la discretización en espacio real de toda la estructura analizada. Con estos métodos, el tratamiento de problemas en los que intervienen estados de superficie que decaen rápidamente (como los relacionados con las propiedades de EOT) requiere que la discretización utilizada reproduzca con precisión el comportamiento de los mencionados modos de superficie. Además, el discretizado de un volumen 3D representa un gran coste computacional, excepto en el caso de sistemas con muy pocas celdas unidad o en el caso de aperturas aisladas. Esto hace inviable, con los recursos computacionales existentes en la actualidad, la simulación de las estructuras 3D similares a los que se emplean en los experimentos típicos de EOT. En este Capítulo demostraremos que el método descrito en el Capítulo 2 es capaz de simular tales estructuras (que pueden contener *miles* de indentaciones) y que estos cálculos nos permitirán conocer aspectos fundamentales de los mecanismos físicos que dan lugar a los fenómenos de EOT.

Todos los resultados presentados a lo largo de este Capítulo están obtenidos a partir del método descrito en la Sección 2.3.1, es decir, están basados en la resolución del siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}
 (G_{\alpha\alpha}^I - \epsilon_\alpha)E_\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} G_{\alpha\beta}^I E_\beta - G_\alpha^V E'_\alpha &= I_\alpha^{ex} \\
 (G_{\gamma\gamma}^{III} - \epsilon_\gamma)E'_\gamma + \sum_{\nu \neq \gamma} G_{\gamma\nu}^{III} E'_\nu - G_\gamma^V E_\gamma &= 0
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

donde el conjunto de incógnitas $\{E_\alpha, E'_\alpha\}$ representa las amplitudes modales de los distintos objetos incluidos en el cálculo (es decir, de los distintos modos en los diferentes agujeros) en las interfases iluminada y no iluminada de la lámina, respectivamente. Las expresiones de las cantidades que aparecen en el sistema de ecuaciones 5.1 y su correspondiente significado físico, pueden encontrarse en la Sección 2.3.1. En todo este Capítulo asumiremos que la constante dieléctrica de las regiones situadas por encima y por debajo de la lámina es $\epsilon = 1$. Por tanto, a partir de ahora tomaremos $G_{\alpha\beta}^I = G_{\alpha\beta}^{III} = G_{\alpha\beta}$.

Antes de proceder con la presentación de los resultados de nuestro estudio, resumiremos brevemente los distintos problemas que serán analizados en las siguientes secciones. En primer lugar, comenzaremos estudiando el sistema finito 3D más sencillo que podemos imaginar como candidato para obtener transmisión resonante: una cadena lineal de aperturas.

A continuación, en la Sección 5.3 analizaremos en detalle las propiedades de transmisión de redes 2D finitas de aperturas, estudiando como evoluciona la transmisión desde el caso de un sólo agujero (donde esperamos una dependencia monótona decreciente de la transmisión en función de la longitud de onda) hasta el caso de una red periódica infinita de agujeros (donde observamos un comportamiento resonante de la transmisión en un intervalo de longitudes de onda cercano a la periodicidad de la red).

En la Sección 5.4 presentaremos la primera comparación de los resultados de nuestro formalismo teórico con datos experimentales obtenidos en el rango de microondas. Como deduciremos de la comparación teoría-experimento, los efectos debidos al tamaño finito de la muestra son claves para entender completamente las características observadas experimentalmente en los espectros de transmisión asociados con fenómenos de EOT.

Posteriormente, en la Sección 5.5, introduciremos una nueva herramienta para el estudio de los mecanismos físicos que participan en los efectos de transmisión resonante: el análisis de los patrones de la transmisión a través de cada una de las aperturas de la estructura estudiada. Compararemos estos patrones de transmisión por agujero calculados teóricamente con los obtenidos mediante experimentos realizados en el rango óptico y presentaremos un modelo que nos permitirá interpretarlos en términos de la asimetría introducida en el sistema

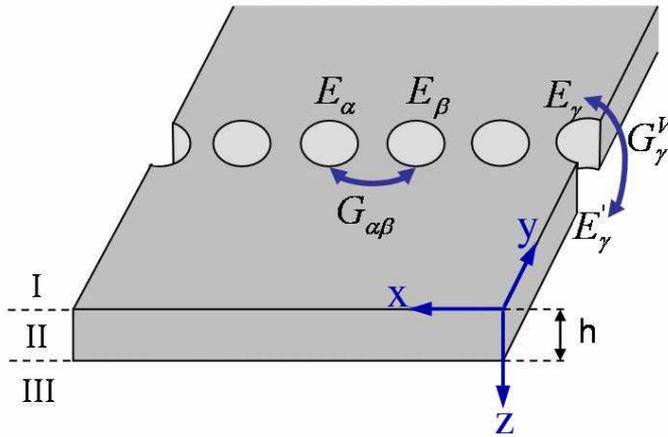


Figura 5.1: Esquema de una cadena lineal de agujeros circulares perforados en una lámina metálica de anchura h . En el esquema aparece también representado el significado físico de las magnitudes que aparecen en el sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento del sistema (ver sistema de ecuaciones 5.1).

por los bordes de la estructura.

Finalmente, presentaremos unas conclusiones generales de todo este Capítulo, obtenidas a partir de las propiedades de EOT encontradas en los diferentes tipos de estructuras estudiadas.

5.2. Transmisión resonante de luz a través de cadenas lineales de aperturas

Una cuestión que se plantea de forma natural a partir de los diferentes estudios publicados acerca de los fenómenos EOT en redes 2D de aperturas, es la determinación del sistema más básico que presenta efectos de transmisión resonante. En este Capítulo demostraremos que podemos encontrar EOT en una estructura con menos simetría que las estudiadas hasta ahora en la literatura: una cadena lineal de aperturas. Como veremos en esta sección, la importancia de este tipo de estructura se encuentra en el hecho de que puede considerarse como la unidad básica que gobierna las principales características de los espectros de

transmisión extraordinaria que se observan en distribuciones 2D de agujeros.

La figura 5.1 muestra un esquema del sistema que analizaremos a continuación. Consideraremos aperturas circulares de radio $a=0.25 d$ (siendo d la periodicidad de la cadena) perforadas en una lámina metálica de anchura $h = a$. Estos parámetros geométricos son típicos en los experimentos de EOT.

Para analizar si aparecen efectos de transmisión resonante en el sistema de la figura 5.1, hemos calculado como evoluciona su espectro de transmisión cuando aumentamos el número de agujeros de la lámina (que denotaremos por N). Los resultados aparecen representados en la figura 5.2(a). Los cálculos se han realizado asumiendo que la estructura está iluminada por una onda plana que incide normalmente sobre el sistema y que está polarizada de forma que su campo eléctrico apunta en la dirección de la cadena (dirección paralela al eje x de la figura 5.1). Hemos escogido esta polarización ya que en la perpendicular, no se observan efectos de transmisión extraordinaria (ver línea discontinua en la figura 5.2). También cabe señalar que, siguiendo la convención para la normalización utilizada a lo largo de toda la tesis, hemos normalizado la transmisión total al área total de las aperturas circulares.

La característica más interesante que podemos observar en la figura 5.2(a) es que, a medida que aumentamos N , un pico de transmisión se va desarrollando a longitudes de onda λ cercanas a d . Este pico aparece en un intervalo de longitudes de onda donde todos los modos dentro de los agujeros son evanescentes, y por tanto demuestra que es posible observar transmisión resonante en cadenas lineales de agujeros, de forma similar a lo que se encuentra en redes 2D. Para analizar cuantitativamente como dependen los efectos de EOT de este sistema en función de su tamaño, en el *inset* superior de la figura 5.2(a) hemos representado el valor máximo del pico de transmisión (T_{max}) en función de N . Así, observamos como T_{max} crece linealmente con N para valores de N pequeños, saturándose cuando $N \rightarrow \infty$. Para obtener información acerca de los mecanismos físicos que dan lugar a este comportamiento, hemos desarrollado el siguiente modelo simplificado para el caso de una cadena infinitamente larga. En primer lugar, tomaremos sólo un modo dentro de cada agujero: el modo menos evanescente que tiene su correspondiente campo eléctrico apuntando (en promedio) a lo largo de la dirección de la cadena (es decir el modo TE_{11}).

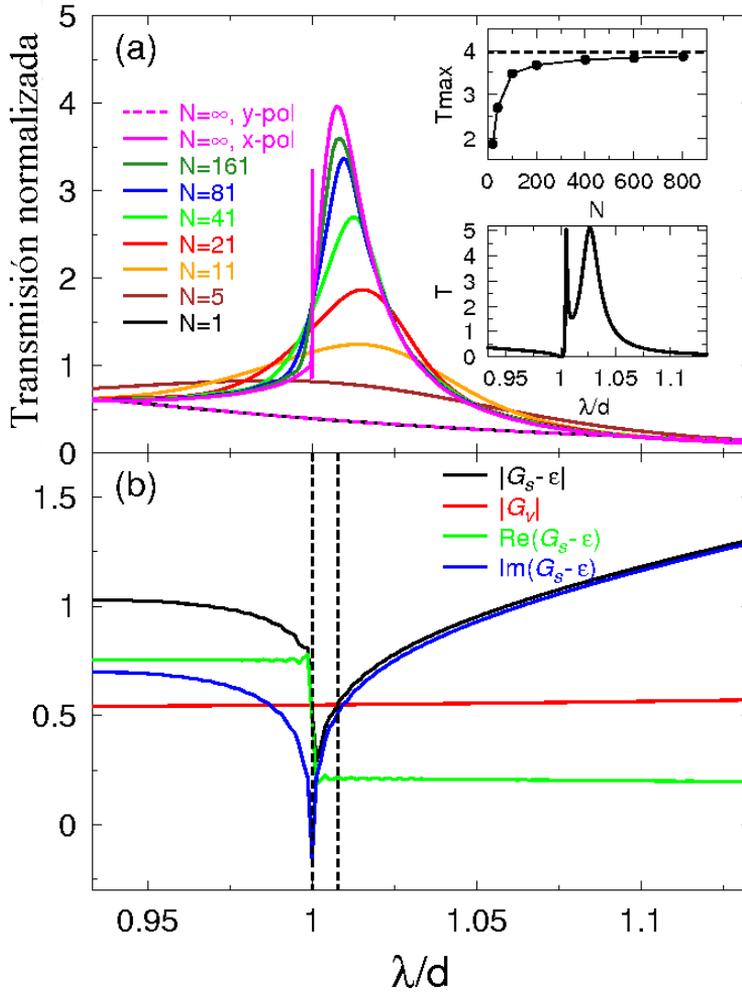


Figura 5.2: (a) Transmisión normalizada al área en función de λ/d para una cadena lineal de agujeros circulares de radio $a/d=0.25$ (siendo d la periodicidad de la cadena). La anchura de la lámina está definida por $h = a$. El *inset* superior muestra el valor de la transmisión en el pico resonante (T_{max}) en función del número de agujeros (N) y la línea discontinua representa el valor de T_{max} correspondiente a una cadena infinita de agujeros. El *inset* inferior muestra la transmisión normalizada al área calculada para una red cuadrada, infinita y periódica, con los mismos parámetros geométricos utilizados en las cadenas finitas. (b) Dependencia de $G_s - \epsilon$ y G_V (ver en el texto la definición de estas cantidades) en función de λ/d .

En esta geometría, podemos aplicar el teorema de Bloch, es decir,

$$E_\alpha = E e^{ik_x \alpha d} \quad (5.2)$$

$$E'_\alpha = E' e^{ik_x \alpha d} \quad (5.3)$$

donde k_x es la proyección del vector de onda incidente a lo largo de la dirección de la cadena.

Para el caso de incidencia normal ($k_x = 0$) las expresiones 5.2 y 5.3, nos permiten escribir la solución del sistema de ecuaciones 5.1 como

$$E = \frac{I (G_S - \epsilon)}{(G_S - \epsilon)^2 - G_V^2} \quad (5.4)$$

$$E' = \frac{I G_v}{(G_S - \epsilon)^2 - G_V^2} \quad (5.5)$$

donde hemos definido $G_V = G_\alpha^V$, $\epsilon = \epsilon_\alpha$, $I = I_\alpha$ y

$$G_S = G_{\alpha\alpha} + \sum_{\beta \neq \alpha} G_{\alpha\beta} \quad (5.6)$$

Así, las longitudes de onda a las que E y E' alcanzan un valor máximo (y en las que la transmisión es máxima) corresponderán a la condición $|G_S - \epsilon| = |G_V|$, como se demuestra en la figura 5.2(b). Por tanto, el origen de la transmisión resonante en la estructura estudiada se encuentra en el denominador resonante de las expresiones 5.4 y 5.5. A su vez, este denominador resonante se puede asociar (de la manera convencional) a la excitación de resonancias EM de superficie, que radían al vacío según se propagan sobre la superficie de la lámina. De esta forma, podemos considerar este sistema como otro ejemplo de modos EM de superficie (en este caso modos que radían) que aparecen en un conductor perfecto debido a las indentaciones realizadas sobre su superficie [Pendry04, García-Vidal05].

Analizemos ahora más en detalle la dependencia de T_{max} con N para el caso de cadenas finitas. A partir del resultado mostrado en el *inset* superior de la figura 5.2(a), podemos caracterizar la resonancia EM descrita anteriormente por medio de una longitud característica L_D . Cuando la longitud de la cadena finita es más pequeña que L_D , esta resonancia no está completamente desarrollada y la transmisión es menor que la que corresponde al caso de una cadena infinita.

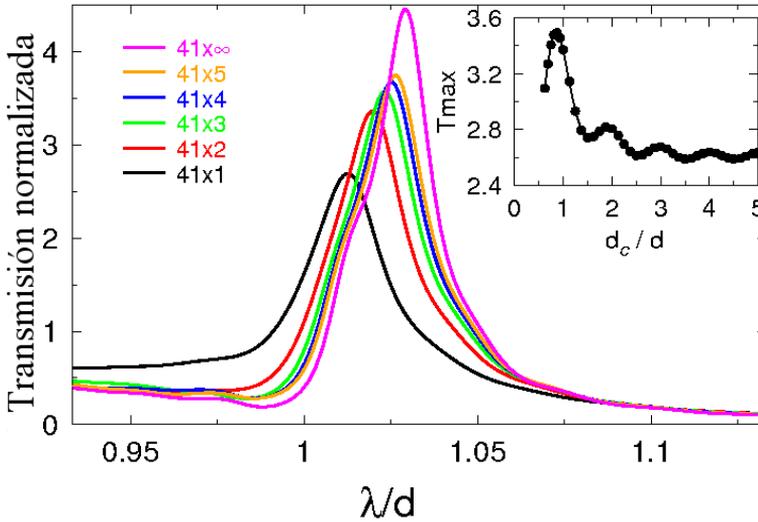


Figura 5.3: Transmisión normalizada al área en función de λ/d para diferentes estructuras formadas por M cadenas lineales de 41 agujeros con $a/d=0.25$ y $h/a=1$. M varía desde 1 a 5. El caso límite $M = \infty$ también está representado. El *inset* muestra el valor del pico de transmisión de dos cadenas lineales (cada una de ellas con los mismos parámetros geométricos que antes), como función de la distancia entre ellas d_c .

Sin embargo, para un valor de N lo suficientemente grande (en nuestro caso $N \approx 200$), o equivalentemente para una longitud de la cadena mayor que L_D , el sistema se puede considerar de forma efectiva como infinito y el valor de la transmisión en el pico resonante se aproximará al valor asintótico (con una corrección $1/N$ que proviene de los agujeros situados a una distancia $\approx L_D/2$ de los extremos de la cadena). Este valor de L_D está gobernado por el parámetro geométrico a/d , de forma que L_D aumenta a media que a/d disminuye. Una discusión más detallada de esta última propiedad aparece en la próxima sección en el contexto de EOT a través de redes finitas 2D de aperturas.

También es interesante comparar el pico de transmisión calculado para una cadena lineal infinita [$T_{max}^{1D} \approx 4$; ver *inset* superior de la figura 5.2(a)] con el obtenido para una distribución 2D con los mismos parámetros geométricos [$T_{max}^{2D} \approx 5$; ver *inset* inferior de la figura 5.2(a)]: cuando vamos de una cadena lineal a una red 2D, la transmisión a través del sistema sólo aumenta en un 25% aproximadamente. Por tanto, se puede afirmar que los fenómenos de transmisión

extraordinaria observados en redes 2D de agujeros están principalmente determinados por las propiedades de las cadenas lineales que forman estas redes. Así, estas distribuciones periódicas 2D de aperturas se pueden ver como conjuntos de cadenas lineales débilmente acopladas entre sí.

Para comprobar esta última conclusión y caracterizar cuantitativamente la relación entre los efectos de EOT en redes 2D y las propiedades resonantes de las cadenas lineales, hemos calculado la transmisión a través de un conjunto de cadenas lineales finitas separadas entre sí por una distancia d . El resultado de este cálculo aparece representado en la figura 5.3, donde se muestra la transmisión normalizada al área en función de la longitud de onda para diferentes estructuras formadas por varias (entre 1 y ∞) cadenas de 41 agujeros. Como se puede ver en esta figura, los efectos más importantes aparecen cuando vamos de una estructura con 41×1 agujeros a otra con 41×3 aperturas, lo que sugiere que el acoplamiento EM entre cadenas de agujeros es de corto alcance. Esta naturaleza de corto alcance se puede ver más claramente en el *inset* de la figura 5.3, en el que se representa el valor máximo de la transmisión en el pico resonante, T_{max} , a través de dos cadenas finitas como función de la distancia entre ellas d_c . Como se deduce de este *inset*, para el conjunto de parámetros geométricos escogidos, las cadenas están prácticamente desacopladas cuando $d_c \approx 3d$ y el máximo acoplamiento ocurre para una distancia $d_c \approx d$.

Nótese que cuando añadimos cadenas lineales a la estructura, el pico de transmisión se desplaza a longitudes de onda mayores y su valor máximo aumenta. La primera de estas dos propiedades se puede entender en términos del incremento de la transmisión debido a la reiluminación de cada cadena por la presencia de las demás cadenas, mientras que la segunda de las propiedades se debe a la disminución de la frecuencia propia del modo EM de superficie debido a su confinamiento lateral.

Otra característica de interés que se puede deducir de la figura 5.3 es que en el caso del sistema $41 \times \infty$, observamos sólo un pico resonante, mientras que en una distribución 2D infinita (es decir, un sistema $\infty \times \infty$) aparecen dos picos de transmisión cerca de $\lambda = d$. Esto sugiere que los efectos asociados al tamaño finito de la estructura evitan la formación de los picos de transmisión más estrechos. Como veremos en las próximas secciones, esta es una propiedad

general que también aparece en el caso de distribuciones cuadradas de agujeros.

En relación con los efectos debidos al tamaño finito de la estructura, también cabe destacar que a medida que vamos *apilando* cadenas, se forma un mínimo de transmisión en $\lambda = d$ (ver figura 5.3). En el caso de una red ordenada 2D infinita, este mínimo constituye la denominada anomalía de Wood, que tiene lugar cuando una onda difractada propagante se convierte en evanescente. Matemáticamente, la aparición de este mínimo en el espectro de transmisión (que para una distribución $\infty \times \infty$ alcanza un valor 0) se puede explicar de la siguiente forma. En el caso de un sistema 2D infinito, las ecuaciones 5.4 y 5.5 siguen siendo válidas. Si tenemos en cuenta la definición de $G_{\alpha\beta}$ dada en la ecuación 2.23, deducimos que G_S tendrá una divergencia en $\lambda = \lambda_{\mathbf{K}}$, siendo $\lambda_{\mathbf{K}}$ la longitud de onda asociada a un vector de la red recíproca \mathbf{K} . Este divergencia dará lugar a una solución $E = E' = 0$ (ya que el denominador de 5.4 y 5.5 tiende a ∞), por lo que la transmisión correspondiente será $T = 0$. Para una red cuadrada como la que estamos considerando en este análisis, los vectores recíprocos involucrados en el rango de longitudes de onda considerado son $(\pm 1, 0) 2\pi/d$ y, por lo tanto, la anomalía de Wood aparecerá en $\lambda = d$ [como se puede comprobar en el *inset* inferior de la figura 5.2(a)].

Por otro lado, en el caso de una estructura finita (ya sea una cadena finita o un apilamiento de ellas), G_S ya no diverge en $\lambda = d$ [ver la figura 5.2(b)]. Esto se debe a que en el caso finito, G_S viene dada por una integral en modos de difracción en lugar de una suma discreta (ver ecuación 2.38). Por tanto, teniendo en cuenta que la divergencia de G_S en $\lambda = \lambda_{\mathbf{K}}$ es integrable, deducimos que la solución $E = E' = 0$ no se puede obtener en este caso, es decir, ya no tenemos anomalía de Wood [como se demuestra en el espectro de la figura 5.2(a)]. En el próximo Capítulo, veremos que la evolución de estas propiedades con el número de agujeros del sistema se puede describir a partir de la proyección de todo nuestro formalismo sobre el espacio recíproco.

Finalmente, en esta sección demostraremos que es posible obtener transmisión extraordinaria a través de un sólo agujero si situamos a cada lado del mismo dos cadenas finitas de indentaciones que no atraviesen completamente la lámina (ver un esquema de la estructura en el panel superior de la figura 5.4, donde el círculo rojo representa el agujero que transpasa la lámina y los círculos

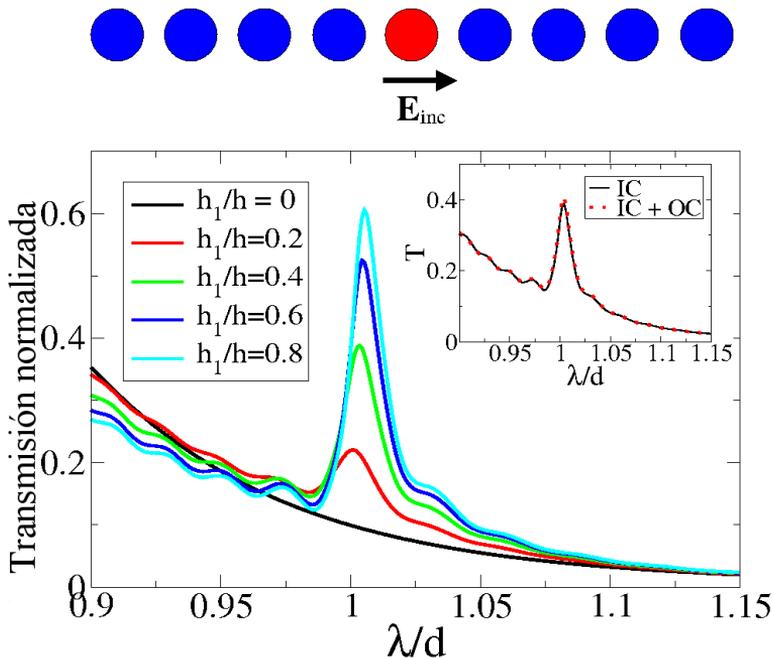


Figura 5.4: Panel superior: esquema de la estructura estudiada, el círculo rojo corresponde a un agujero que perfora completamente la lámina metálica mientras que los círculos azules corresponde a agujeros que no transpasan la lámina. Panel principal: Transmisión normalizada al área a través de un agujero con $a/h=0.25$ y $h = a$ como función de λ/d . A cada lado de la apertura central (en la cara iluminada) hemos situado simétricamente dos cadenas de 80 indentaciones con el mismo radio a y con varias profundidades h_1 que van desde $h_1 = 0$ (no hay corrugación) a $h_1=0.8h$. El *inset* muestra como varía el espectro de transmisión si añadimos indentaciones en la cara no iluminada para el caso $h_1/h=0.4$. *IC* denota el caso con indentaciones sólo en la cara iluminada de la lámina, mientras que *IC + OC* corresponde al caso con indentaciones en ambas caras de la lámina metálica.

azules corresponden a agujeros que no transpasan la lámina metálica). Estas cadenas lineales podrán estar situadas en la superficie iluminada de la lámina, en la no iluminada o en ambas superficies.

En la figura 5.4 se representa la transmisión normalizada al área de una estructura compuesta por un sólo agujero de radio $a/d=0.25$ y dos cadenas finitas de indentaciones (que no perforan completamente la lámina) situadas simétricamente a cada lado del agujero central. Estas indentaciones tienen el mismo radio a y una profundidad h_1 . La figura muestra los resultados para distintos

valores de h_1 que van desde 0 (es decir, sin indentaciones) hasta $0.8h$. Como se puede ver en la figura 5.4, el pico de transmisión situado cerca de $\lambda = d$ crece prácticamente de forma lineal con h_1 . También es interesante observar que la transmisión apenas varía cuando situamos dos cadenas finitas iguales en la superficie no iluminada de la lámina: en el *inset* de la figura 5.4 se representa la comparación de la transmisión obtenida en una configuración con indentaciones sólo en la superficie iluminada (IC) con la correspondiente a una estructura con indentaciones en las dos interfases de la lámina ($IC + OC$). Esta última propiedad es muy similar tanto a la encontrada para el caso de una sola ranura rodeada de canales que no atraviesan la lámina (ver una discusión detallada de este problema en el Capítulo 4) como a la que se observa en un agujero rodeado de trincheras concéntricas [Lezec02].

5.3. Dependencia de la transmisión con el número de aperturas en redes finitas bidimensionales

Como ya hemos mencionado con anterioridad, en [Martín-Moreno01] se llevó a cabo el primer tratamiento teórico completamente tridimensional de los efectos de EOT a través de un conjunto periódico de aperturas en una lámina metálica. La teoría desarrollada en ese trabajo asume un sistema periódico infinito. En la primera parte de esta sección analizaremos como los efectos asociados al tamaño finito de la estructura considerada en [Martín-Moreno01] cambian las correspondientes propiedades resonantes predichas teóricamente (y por tanto la comparación teoría-experimentos).

Por otro lado, en la segunda parte de esta sección llevaremos a cabo el estudio teórico del primer trabajo experimental que analiza la evolución de las propiedades de EOT con el número de agujeros perforados en una lámina metálica [Miyamaru04]. Cabe destacar que en estos experimentos (realizados en el rango de THz) los agujeros están distribuidos en una red hexagonal, a diferencia de la mayoría trabajos publicados sobre EOT que analizaban una red cuadrada similar a la de los experimentos originales realizados por T.W. Ebbesen y colaboradores [Ebbesen98].

En todos los cálculos mostrados en esta sección hemos asumido incidencia

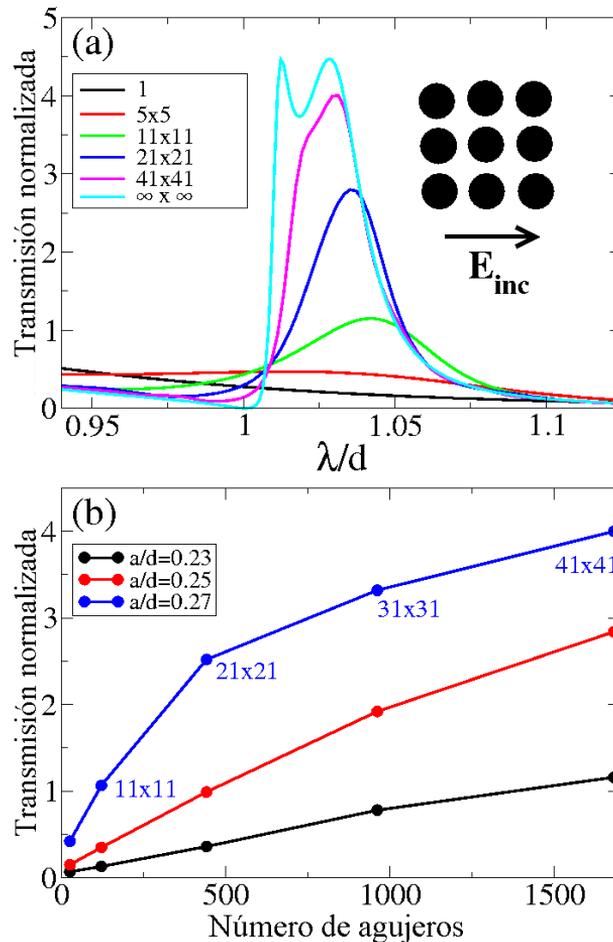


Figura 5.5: (a) Transmisión normalizada al área de una red cuadrada de agujeros circulares como función de la longitud de onda para tamaños de la estructura. Los parámetros geométricos que definen la estructura son $a=0.27d$ y $h=0.44d$. Hemos asumido incidencia normal y polarización p para la onda plana incidente. (b) Dependencia del valor máximo de transmisión como función de N para tres valores diferentes del radio de los agujeros: $a=0.23d$ (línea negra), $a=0.25d$ (línea roja) y $a=0.27d$ (línea azul).

normal y polarización p para la onda plana incidente. Además, en las simulaciones sólo consideraremos los dos modos menos evanescentes dentro de los agujeros (es decir, el modo TE_{11} orientado en promedio en la dirección del eje x y el TE_{11} orientado a lo largo del eje y). Hemos comprobado que esta última aproximación da lugar a resultados convergidos dentro del intervalo de longitudes de onda

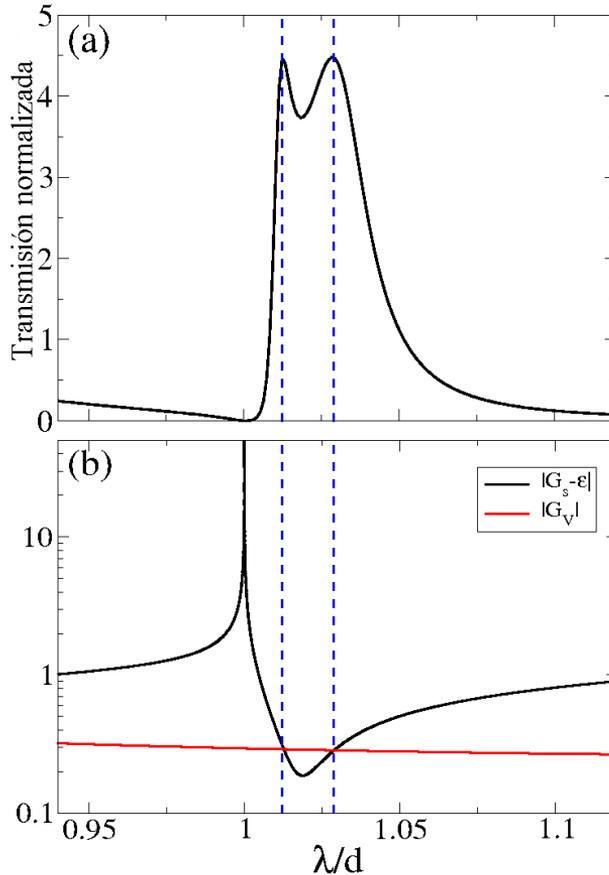


Figura 5.6: (a) Espectro de transmisión de una red cuadrada infinita de agujeros circulares definida por los mismos parámetros geométricos que los de la figura 5.5(a). (b) Demostración de que la anomalía de Wood y los máximos de transmisión que aparecen en (a), corresponden a la divergencia de G_S en $\lambda = d$ y a la condición $|G_S - \epsilon| = |G_V|$, respectivamente.

analizado en esta sección.

Comencemos con el estudio de la red cuadrada. La figura 5.5(a) muestra el espectro de transmisión (normalizada al área) de redes finitas cuyo número total de agujeros (N) varía desde 5×5 hasta 41×41 (asumiremos que tamaño de la red en la dirección del eje x es el mismo que en la dirección del eje y). La anchura de la lámina y el radio de cada agujero son $h=0.44d$ y $a=0.27d$, respectivamente. Hemos escogido estos valores ya que son los utilizados en [Martín-Moreno01]. Nótese que en la figura 5.5(a) también están incluidos los espectros de tanto

un sólo agujero como de una red periódica infinita (ver líneas negra y *cyan*, respectivamente).

Como se puede ver en la figura 5.5(a), en el espectro de un sistema periódico infinito observamos dos características bien definidas. En primer lugar, este espectro tiene un mínimo (que alcanza un valor 0) en $\lambda = d$. Este mínimo corresponde a la denominada anomalía de Wood [Wood02], que ya mencionamos en el apartado donde estudiamos una cadena infinita. En segundo lugar observamos la aparición de dos máximos en el espectro de transmisión a longitudes de onda ligeramente mayores que d . Ambas características se pueden explicar con los mismos argumentos utilizados en la sección anterior para analizar el origen de las propiedades de EOT en cadenas finitas: en la figura 5.6 se puede comprobar como la anomalía de Wood es debida a la divergencia de la función G_S definida en la ecuación 5.6, mientras que los máximos de transmisión aparecen cuando $|G_S - \epsilon| = |G_V|$. Como se discute en detalle en [Martín-Moreno01], la presencia de los picos de transmisión en el caso infinito es debida a la excitación de dos modos EM de superficie que se corresponden con las combinaciones simétrica y antisimétrica de los modos situados en las dos interfases de la lámina metálica.

Analizemos ahora el efecto del tamaño finito en el espectro de transmisión. Como vemos en 5.5(a), podemos definir un intervalo resonante ($\lambda = 0.975d - 1.025d$, para el valor de a/d considerado en esa figura) en el que es necesario que la estructura tenga un gran número de agujeros para reproducir las principales características encontradas en el sistema periódico infinito. Fuera de ese intervalo, el espectro de transmisión es prácticamente independiente del número de agujeros.

También es interesante analizar como evoluciona el máximo del pico de transmisión resonante en función del número total de agujeros (N). En la figura 5.5(b) se ilustra como es esa dependencia para distintos valores del cociente a/d . Al igual que sucedía en el caso de una cadena finita, el valor de la transmisión máxima de una red finita tiende asintóticamente al valor correspondiente a una estructura periódica infinita. También podremos definir un *tamaño crítico* de la red (N_c) para el cual las principales propiedades de la estructura infinita han sido alcanzadas. Como se puede deducir de la figura 5.5(b), el valor de N_c muestra una gran dependencia con a/d , aumentando rápidamente cuando a/d disminuye.

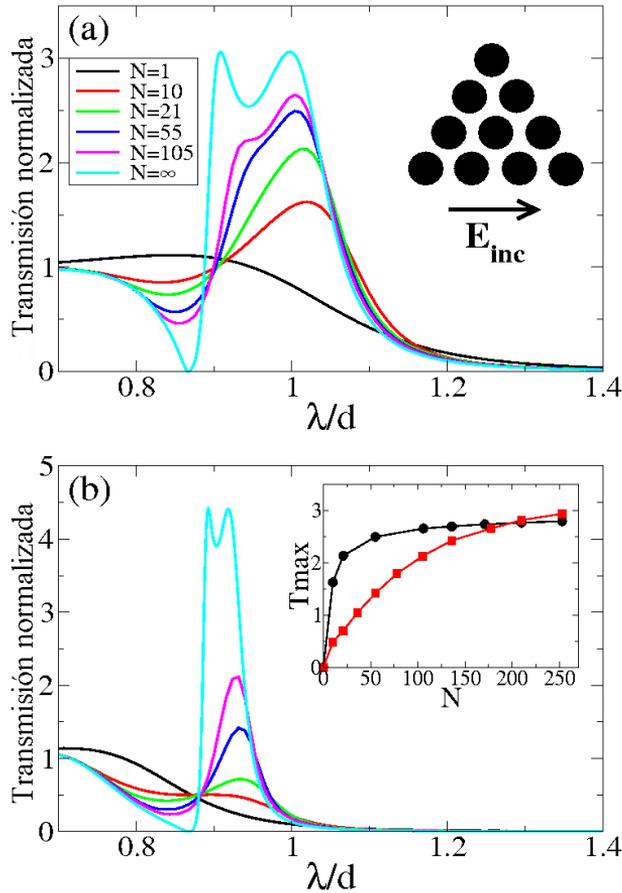


Figura 5.7: (a) Espectro de transmisión de redes finitas hexagonales de agujeros (ver un esquema de la estructura en el *inset*). En el cálculo se ha asumido un radio para los agujeros y una anchura de la lámina de $a=0.3d$ y $h=0.44d$, respectivamente (donde d es la constante de red). El número total de agujeros (N) varía entre $N=1$ y $N=105$. El caso de una red hexagonal infinita también aparece en la gráfica (ver línea *cyan*). (b) Resultados de los mismos cálculos que en (a) pero ahora con $a=0.25d$. El *inset* muestra la evolución de la transmisión máxima en la resonancia en función del número total de agujeros para $a=0.3d$ (puntos negros) y $a=0.25d$ (puntos rojos).

En la segunda parte de esta sección, analizaremos como aparecen los efectos de EOT en una red hexagonal de agujeros (ver esquema en el *inset* de la figura 5.7(a)) similar a la utilizada en los experimentos publicados en [Miyamaru04].

La figura 5.7(a) muestra el espectro de transmisión en función de la longitud de onda para redes finitas hexagonales de varios tamaños. Los parámetros

geométricos utilizados en las simulaciones de este caso son $a=0.3d$ y $h=0.44d$, que se corresponden con los empleados en [Miyamaru04]. Como vemos en esta figura, obtenemos un comportamiento similar al que hemos encontrado para una red cuadrada finita: existe un rango resonante de longitudes de onda (en este caso desde $\lambda=0.75d$ hasta $\lambda=1.1d$) en el que se requiere que el sistema sea muy grande para reproducir las principales características del sistema infinito. Como en el caso anterior, en ese intervalo resonante observamos la aparición de dos máximos de transmisión y un mínimo bien definido. Sin embargo, a diferencia de la red cuadrada, ahora el mínimo aparece en $\lambda = d\sqrt{3}/2$, lo que se entiende fácilmente si tenemos en cuenta que esa es la longitud de onda asociada al vector más pequeño de la red recíproca de una red hexagonal.

En este caso también es interesante analizar la dependencia de la transmisión con el cociente a/d . En el panel (b) de la figura 5.7 mostramos el mismo cálculo que en el panel (a) pero ahora para el caso de $a=0.25d$. Como se puede ver en la figura, al disminuir a/d , el intervalo resonante que describíamos antes se hace mucho más estrecho, estando ahora comprendido entre $\lambda=0.8d$ y $\lambda = d$. Así, los dos picos resonantes son más estrechos y el número de agujeros necesarios para obtener un resultado cercano al del caso infinito se hace muy grande (nótese que, debido a la limitación de nuestros recursos computacionales, podemos simular como máximo distribuciones de aproximadamente 1600 agujeros). El *inset* de la figura 5.7(b) muestra como depende el valor máximo de la transmisión en el pico resonante para $a=0.3 d$ (puntos negros) y $a=0.25 d$ (puntos rojos). Como vemos la saturación de esta transmisión máxima depende fuertemente de a/d .

Finalmente, terminaremos esta sección con un breve comentario acerca de los resultados experimentales publicados en [Miyamaru04]. En esos experimentos, el número total de agujeros varía entre $N=1$ y $N=21$. Sin embargo, como hemos demostrado en las figuras 5.7(a) y (b), ese rango de valores de N no es lo suficientemente grande como para describir completamente los efectos finitos en los espectros de transmisión extraordinaria: ese intervalo de N sólo describe la dependencia lineal que presenta la transmisión máxima para valores pequeños de N .

5.4. Comparación con experimentos en el rango de microondas

En esta sección presentaremos la comparación de los resultados obtenidos con nuestro formalismo con datos experimentales obtenidos en el rango de microondas por el grupo del profesor M. Sorolla (Universidad de Navarra). Esto nos servirá para comprobar las predicciones de nuestro formalismo, ya que en este rango esperamos obtener acuerdos cuantitativos entre la teoría y los experimentos (la aproximación de metal perfecto se puede considerar válida en este régimen de longitudes de onda).

A continuación describiremos brevemente estos experimentos. En las medidas experimentales se utilizaron varias placas de aluminio de diferentes anchuras (h) que van desde $h=0.5\text{mm}$ a $h=4\text{mm}$. En todos los casos las láminas fueron perforadas con una red cuadrada de 31×31 agujeros circulares. En los experimentos se midieron redes de constante de red $d=5\text{mm}$ y dos radios (R) diferentes de los agujeros: 1.25 mm y 1 mm (ver fotografía en 5.8(a)).

Es importante destacar que, mucho antes del experimento de Ebbesen y colaboradores [Ebbesen98], ya habían sido publicados estudios experimentales sobre transmisión de luz a través de redes de agujeros para intervalos de longitudes de onda en el infrarrojo [Ulrich67, Keilmann81, Rhoads82]. Sin embargo, estos experimentos fueron realizados para tamaños de los agujeros y constantes de red d tales que $d < \lambda_c$ (siendo λ_c la longitud de onda a la que el modo menos evanescente dentro del agujero pasa de evanescente a propagante). Sin embargo, a diferencia de estos experimentos, los efectos de EOT aparecen en $\lambda = d$, cuando los modos dentro de los agujeros son evanescentes, es decir, cuando $d > \lambda_c$ y por tanto cuando la transmisión a través de un agujero aislado es despreciable.

En primer lugar, comenzaremos presentando las predicciones teóricas obtenidas a partir del marco teórico descrito en [Martín-Moreno01]. Dentro de este formalismo se asume que la red es infinitamente periódica y que el aluminio se comporta como un conductor perfecto (lo que como hemos mencionado es una buena aproximación en el rango de longitudes de onda estudiado).

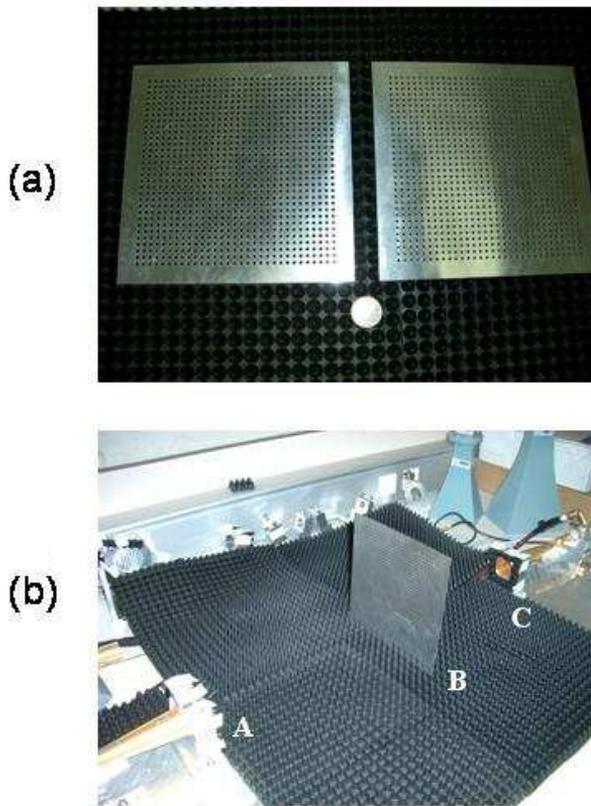


Figura 5.8: (a) Fotografía de 2 de las 6 placas empleadas en los experimentos (la imagen de la izquierda corresponde al caso $R=1.25\text{mm}$ y $h=0.5\text{mm}$, mientras que la imagen de la derecha corresponde a $R=1\text{mm}$ y $h=0.5\text{mm}$). (b) Fotografía del montaje experimental con: (A) antena que actúa como fuente de microondas, (B) muestra y (C) antena receptora.

En la figura 5.9 se muestran los resultados del cálculo de la transmisión de orden cero de redes infinitas de agujeros con los diferentes parámetros geométricos de las 6 muestras utilizadas en los experimentos. En todos los cálculos se ha asumido que una onda plana incide normalmente sobre la superficie de la lámina perforada. El panel (a) muestra los casos con $R=1.25\text{mm}$ ($\lambda_c = 0.85 d$) y tres anchuras diferentes, mientras que en el panel (b) se representan los espectros de transmisión para $R = 1\text{mm}$ ($\lambda_c = 0.68 d$).

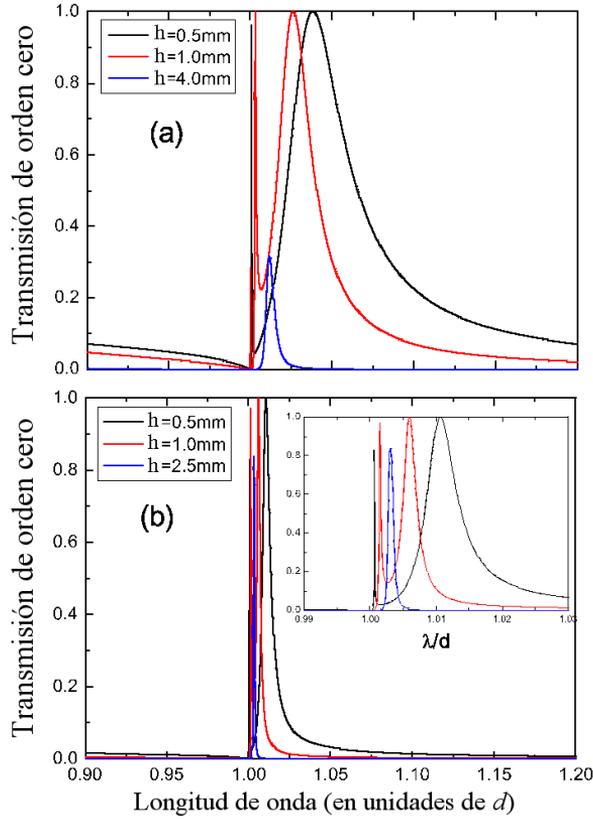


Figura 5.9: Espectros de transmisión teórica correspondientes a redes infinitas de agujeros. En el panel (a) se muestran los espectros para un radio de los agujeros de $R=1.25\text{mm}$ y tres anchuras diferentes de la lámina: $h=0.5\text{mm}$ (línea negra), $h=1\text{mm}$ (línea roja) y $h=4\text{mm}$ (línea azul). El panel (b) corresponde a tres casos con el mismo radio $R=1\text{mm}$ y tres anchuras distintas: $h=0.5\text{mm}$ (línea negra), $h=1\text{mm}$ (línea roja) y $h=2.5\text{mm}$ (línea azul). El *inset* en el panel (b) representa la misma magnitud pero en un intervalo menor de longitudes de onda.

Como podemos observar en las figuras, en la región $\lambda/d \approx 1$ los cálculos predicen la aparición de propiedades de EOT. Para las dos láminas más finas utilizadas en los experimentos ($h=0.5\text{mm}$ y $h=1.0\text{mm}$), las dos resonancias EM de superficie excitadas en la dos interfases de la lámina metálica están acopladas entre sí, lo que da lugar a dos picos resonantes con 100% de transmisión [Martín-Moreno01]. Sin embargo, para el caso de las muestras más gruesas ($h=4.0\text{mm}$ para $R=1.25\text{mm}$ y $h=2.5\text{mm}$ para $R=1\text{mm}$), este acoplamiento EM es despre-

ciable y sólo se puede observar un pico de transmisión en el espectro.

A continuación describiremos brevemente el montaje experimental utilizado y los espectros obtenidos en los experimentos. La transmisión a través de las redes de agujeros estudiadas fue medida utilizando un *AB MillimeterTM Quasioptical Vector Network Analyzer* en un rango de frecuencias entre 40 y 110GHz. En la figura 5.8(b) se muestra una fotografía del montaje experimental. Un haz gaussiano polarizado linealmente es generado en la antena (A). Este haz se propaga hasta la muestra (B) que está situada a 166cm de la antena. El diámetro del haz en la posición de la muestra es aproximadamente de 50cm en el intervalo de longitudes de onda de interés. De esta forma se consigue que la iluminación sobre la distribución de agujeros sea prácticamente uniforme. El haz transmitido es recogido por otra antena (C) que está situada a 105cm de la muestra. Además, cabe destacar que en este montaje experimental las placas metálicas perforadas están rodeadas por un material absorbente de microondas [que por claridad no se muestra en la figura 5.8(b)], de tal forma que cualquier posible haz difractado generado por los bordes de las muestras es absorbido y no llega a la antena receptora (C).

La figura 5.10 muestra los espectros de transmisión experimentales obtenidos para las seis muestras diferentes analizadas. En las figuras se representa la transmisión T (normalizada al flujo de energía EM que se recoge cuando no está la muestra) como función de la longitud de onda cuando los agujeros tienen un radio de $R=1.25\text{mm}$ [ver líneas continuas en el panel (a)] y cuando $R=1\text{mm}$ [líneas continuas en el panel (b)]. Nótese que en el caso de $R=1.25\text{mm}$ y $h=0.5\text{mm}$ [línea negra continua en el panel (a)], la transmisión en resonancia (que aparece para valores de λ ligeramente mayores que d) alcanza un valor máximo del 95% aunque los agujeros sólo ocupan un 20% de la celda unidad.

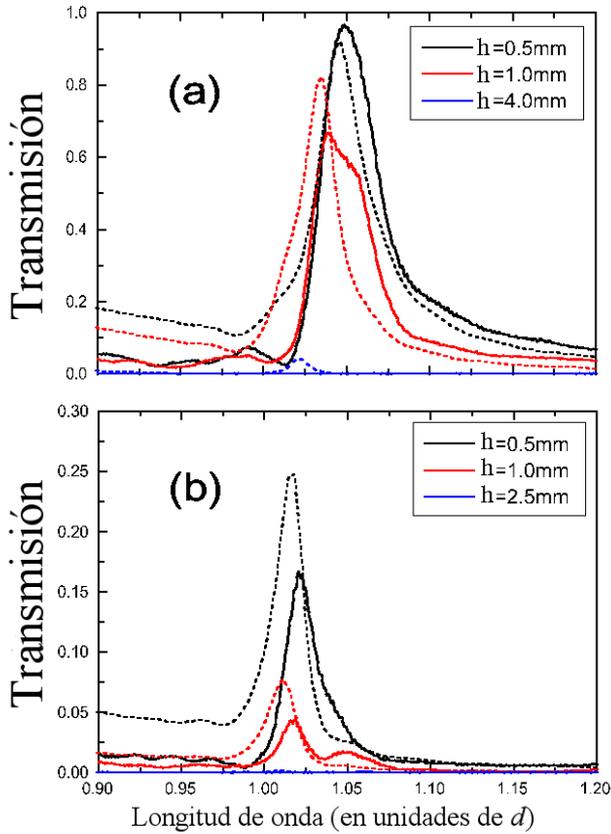


Figura 5.10: Espectro de transmisión experimental (líneas continuas) y teórico (líneas discontinuas) para redes cuadradas de 31×31 agujeros con los mismos parámetros geométricos que en la figura 5.9. En la figura se representan diferentes casos con $R=1.25\text{mm}$ en (a) y $R=1\text{mm}$ en (b).

Por otro lado, para $R=1.25\text{mm}$ y $h=1\text{mm}$ (línea roja continua) la resonancia de transmisión alcanza un valor máximo del 65%. Este tipo de resonancias de transmisión están también presentes en las muestras más finas [$h=0.5\text{mm}$ and $h=1\text{mm}$, ver panel (b)] de las distribuciones de agujeros con un radio más pequeño ($R=1\text{mm}$), pero en este último caso los picos de transmisión son mucho más pequeños en magnitud que los obtenidos para $R=1.25\text{mm}$.

Para el caso de las láminas más gruesas analizadas ($h=4\text{mm}$ para $R=1.25\text{mm}$ y $h=2.5\text{mm}$ para $R=1\text{mm}$), la transmisión es extremadamente pequeña y no se observa la presencia de ningún fenómeno resonante. Como las resonancias de

transmisión medidas aparecen en intervalos de longitudes de onda donde todos los modos dentro de los agujeros son evanescentes, podemos concluir que hemos demostrado la existencia de EOT en el rango de microondas, como predice la teoría.

Sin embargo, como se puede observar de la comparación de las figuras 5.9 y 5.10, hay un desacuerdo importante entre los resultados teóricos y experimentales con respecto a la magnitud de los picos de transmisión. En la última parte de esta sección demostraremos que esta diferencia está originada por el tamaño finito intrínseco de las distribuciones de agujeros consideradas (es decir, redes cuadradas de 31×31 agujeros). Para ello, emplearemos el formalismo descrito en el Capítulo 2 para el análisis de distribuciones finitas de aperturas 3D.

En los dos paneles de la figura 5.10 (ver líneas discontinuas) mostramos los espectros de transmisión de las 6 redes finitas de 31×31 agujeros, calculados utilizando nuestro formalismo. Si comparamos los resultados teóricos para estas redes finitas (líneas discontinuas) con los correspondientes para el caso de redes infinitas (figura 5.9), observamos que existen principalmente dos diferencias. En primer lugar, los picos de transmisión más estrechos que aparecen en $\lambda \approx d$ para el caso infinito no están presentes en los espectros de las estructuras finitas. En segundo lugar, hay un fuerte disminución de los picos de transmisión cuando vamos de distribuciones infinitas a distribuciones finitas, siendo esta reducción más importante para estructuras con $R=1\text{mm}$ que para redes con $R=1.25\text{mm}$. Como podemos ver, estos dos cambios hacen que el acuerdo entre las predicciones teóricas y los resultados experimentales mejore sustancialmente (ver figura 5.10). Este buen acuerdo puede considerarse como la comprobación experimental de las conclusiones a las que llegamos en la sección anterior: los fenómenos de EOT están determinados en gran medida por el número de agujeros que forman la muestra, siendo (para un número de agujeros fijado) la desviación respecto del caso infinito mayor cuanto menor es el cociente a/d .

5.5. Cómo emerge la luz de un array finito de aperturas: comparación con experimentos en el rango óptico

En esta sección analizaremos un aspecto de los fenómenos de transmisión resonante diferente de los estudiados hasta ahora: estudiaremos los patrones de la luz emitida por distribuciones finitas de agujeros cuando son iluminados a la correspondiente longitud de onda resonante. Como veremos, este tipo de análisis es una herramienta muy potente para obtener información física acerca de los procesos que dan lugar a las propiedades de EOT en conjuntos finitos de aperturas. Cabe destacar que hasta la publicación de los resultados que presentamos en esta sección, se asumía que los patrones de emisión de luz a través de distribuciones finitas de agujeros era uniforme. Sin embargo, un estudio detallado de este problema permite concluir, como demostraremos más adelante, que esta distribución no es en absoluto uniforme y que además muestra una gran dependencia con el ángulo con el que la luz incide sobre la estructura. Aparte del interés fundamental de este tipo de estudio, la importancia de los resultados que mostraremos en esta sección se encuentra en su posible repercusión en el campo de la nanolitografía plasmónica [Luo04, Srituravanich04].

El sistema que estudiaremos consiste en una lámina de Ag perforada por una red cuadrada de 31×31 agujeros circulares de radio $a=135\text{nm}$. La periodicidad de la red (d) es 600nm y la anchura de la lámina metálica (h) es 225nm . La lámina se encuentra suspendida en aire por lo que tomaremos las constantes dieléctricas de las regiones situadas por encima y por debajo de la lámina como $\epsilon=1$. Además asumiremos que el sistema está iluminado por una onda plana cuyo vector de onda es \mathbf{k}_0 (ver un esquema de la estructura y del sistema de referencia utilizado en la figura 5.11).

Comenzaremos determinando la longitud de onda a la que tenemos transmisión resonante en el sistema descrito. En la figura 5.12 se muestra la transmisión de orden cero obtenida experimentalmente. Como se puede ver en esa figura, el espectro de transmisión presenta un pico resonante bien definido a una longitud de onda de aproximadamente 700nm . Tanto este espectro de transmisión como el resto de los resultados experimentales que presentaremos en esta sección

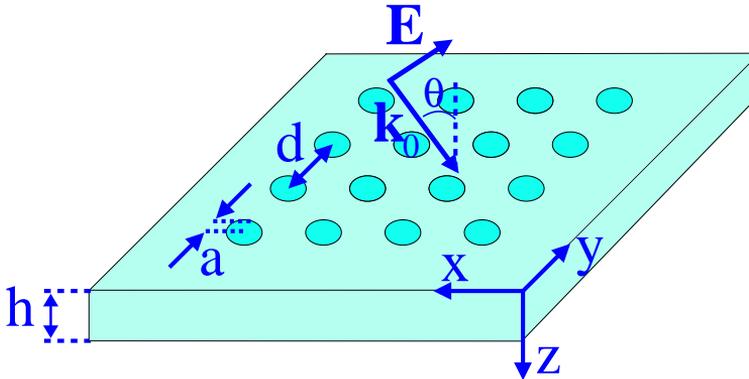


Figura 5.11: Esquema de la estructura estudiada en esta sección. Los parámetros empleados en la definición de los agujeros, la lámina metálica y la onda plana incidente también aparecen en la figura. El sistema de referencia utilizado también aparece en el esquema.

fueron obtenidos por el grupo de investigación del profesor T.W. Ebbesen.

Para confirmar teóricamente la existencia de transmisión resonante en la estructura estudiada, utilizaremos el formalismo descrito en el Capítulo 2. Como mencionamos en ese Capítulo, la aproximación de conductor perfecto que se utiliza en nuestro método tiene un valor semi-cuantitativo para metales en el rango óptico siempre que aumentemos el radio de los agujeros en una cantidad proporcional a la longitud de penetración (*skin depth*) del campo en el metal correspondiente. Así, en todos los cálculos presentados en esta sección hemos aumentado el radio de los agujeros en 1.25 veces la *skin depth* de la plata. Este factor 1.25 hace que la constante de propagación del modo menos evanescente dentro de los agujeros en metal perfecto sea similar al que se obtiene en el caso de un metal realista. En el *inset* de la figura 5.12 se representan nuestras predicciones teóricas para una red de 31×31 agujeros con los mismos parámetros geométricos que los utilizados en los experimentos. Aunque el pico de transmisión resonante que aparece en la simulaciones se encuentra a una longitud ligeramente más pequeña (630nm) que la del experimento, se puede decir que existe un buen acuerdo entre los espectros obtenidos teórica y experimentalmente.

Una vez determinada la longitud de onda resonante del sistema, estudiaremos las propiedades de los patrones de emisión de luz del conjunto de 31×31

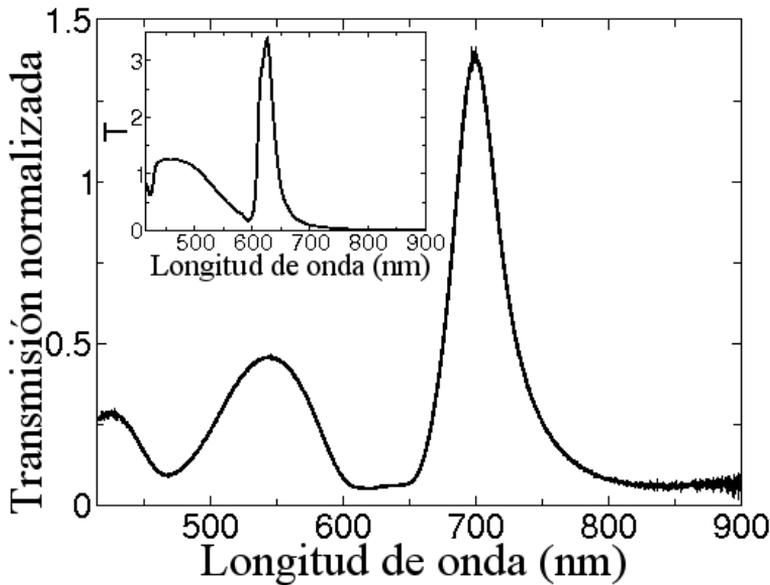


Figura 5.12: Transmisión experimental de orden cero a través de una red periódica de 31×31 agujeros circulares. La red está definida por los siguientes parámetros geométricos $a=135\text{nm}$, $d=600\text{nm}$ y $h=225\text{nm}$. La curva del *inset* corresponde al espectro de transmisión total (T) obtenido de las simulaciones numéricas.

agujeros a esa longitud de onda. Experimentalmente, estos patrones de emisión fueron medidos utilizando el montaje que aparece esquematizado en la figura 5.13. Como se muestra en ese esquema, la polarización y la longitud de onda de la luz incidente sobre el sistema son seleccionadas por medio de un polarizador y un filtro situados entre una fuente de luz blanca y la lámina perforada. La luz que emerge del conjunto de aperturas pasa a través de un microscopio y finalmente es recogida por una cámara CCD.

En la figura 5.14(a) se representa el patrón de emisión para el caso analizado en la figura 5.12. Los patrones de emisión mostrados se obtuvieron utilizando un filtro a una longitud de onda de 700nm y con radiación que incide normalmente sobre la estructura con su campo eléctrico apuntando en la dirección x . Como vemos en la figura, la región de máxima emisividad se encuentra localizada principalmente en una franja ancha perpendicular a la polarización de la radiación incidente y decae cerca de los bordes del sistema en la dirección x . Si

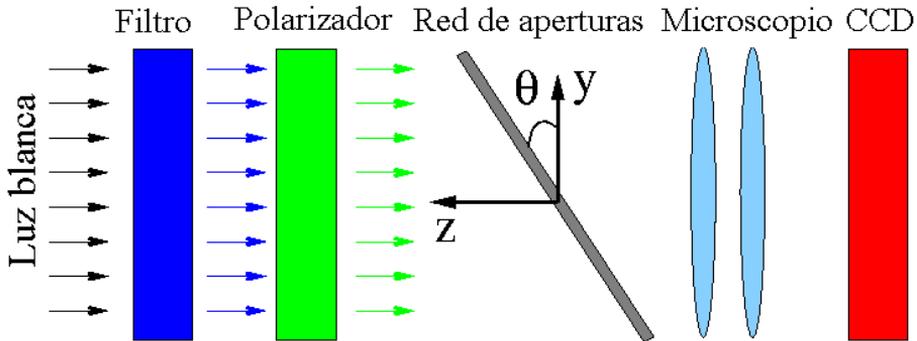


Figura 5.13: Esquema del montaje experimental utilizado para medir los patrones de emisión de la luz que emerge del conjunto de 31×31 agujeros estudiado en esta sección. En la figura también se representa el ángulo con el que la luz incide sobre la estructura (θ) y el sistema de referencia utilizado.

aumentamos ligeramente el ángulo de incidencia de $\theta = 0^\circ$ a $\theta = 2^\circ$ (ver figura 5.14(c)), la región donde está concentrada la máxima emisividad se desplaza hacia la izquierda, es decir, se desplaza en la dirección opuesta a la proyección del vector de onda incidente \mathbf{k}_0 sobre el eje x . Este desplazamiento se hace más evidente en el caso de $\theta = 5^\circ$ (ver figura 5.14(e)), donde la franja está casi completamente concentrada en el borde izquierdo de la muestra. Si aumentamos aún más el ángulo incidente, la asimetría del patrón de emisión desaparece y tiende a mostrar una distribución prácticamente uniforme. Como se puede ver en las figuras, en todos los casos la emisión es prácticamente constante en la dirección y , donde la presencia de los bordes sólo afecta a las últimas una o dos filas de agujeros. Además, cabe señalar que la asimetría encontrada muestra una gran dependencia con la polarización: los patrones de emisión medidos utilizando luz con polarización s , son prácticamente independientes de θ .

Desde el punto de vista teórico, en el Capítulo 2 demostramos que la transmisión total (T) a través de una distribución finita de agujeros se puede escribir como la suma de las contribuciones de cada una de las aperturas (que etiquetaremos con α , donde el índice α corre sobre todos los agujeros de la red) que intervienen en el problema, es decir,

$$T = \sum_{\alpha} T_{\alpha} \quad (5.7)$$

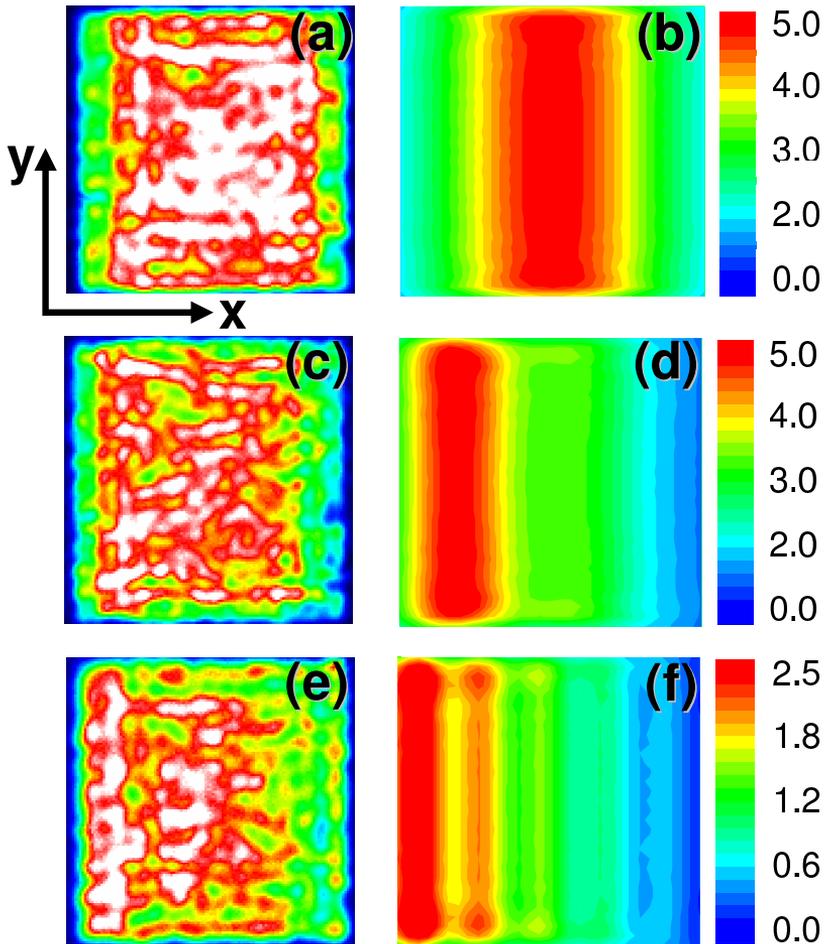


Figura 5.14: Paneles de la izquierda: patrones de emisión experimentales obtenidos con el montaje experimental esquematizado en la figura 5.13. Paneles de la derecha: transmisión por agujero calculada teóricamente. Todos los patrones corresponden a una red de 31×31 agujeros iluminada por luz con polarización p a la longitud de onda resonante de la estructura. En la figura se muestran los resultados para tres valores diferentes del ángulo de incidencia θ : (a) y (b) corresponden a $\theta=0^\circ$, (c) y (d) a $\theta=2^\circ$ y (e) y (f) a $\theta=5^\circ$.

donde T_α viene dada por

$$T_\alpha = \text{Im}\{(G_\alpha^V)^* E_\alpha E'_\alpha\} \quad (5.8)$$

siendo G_α^V la magnitud que gobierna el acoplamiento EM entre las superficies iluminada y no iluminada de la lámina metálica (ver definición en la ecuación 2.31). E_α y E'_α son las amplitudes modales del campo eléctrico en las superficies de entrada y de salida de la indentación α .

Así, los patrones obtenidos teóricamente calculando las cantidades T_α para todas las aperturas de la estructura estudiada pueden compararse directamente con los patrones de emisión obtenidos experimentalmente. En las figuras 5.14(b),(d),(f) se muestran los resultados del cálculo de T_α (evaluada en la resonancia) correspondientes a los casos de las figuras 5.14(a),(c),(e) obtenidas experimentalmente. Esta figura demuestra como los resultados numéricos confirman los efectos finitos y la fuerte dependencia en θ que se observa en los experimentos.

Para entender el origen físico de los patrones de emisión encontrados experimentalmente, es conveniente comenzar con un análisis teórico de la dependencia de T_α con el número de agujeros. Debido a las restricciones impuestas por nuestros recursos computacionales, estamos limitados al tratamiento de redes de hasta 41x41 agujeros. Sin embargo, como se puede ver en la figura 5.14, los patrones de emisión estudiados son prácticamente uniformes en la dirección y . Por lo tanto, la distribución espacial de la luz que emerge de las redes finitas que estamos considerando es similar a la correspondiente a una estructura en la que el número de agujeros en la dirección y (N_y) se toma como infinito. Esta propiedad se demuestra en la figura 5.15, donde se comparan los patrones de transmisión por agujero para una red de 31x31 agujeros (puntos azules) con la obtenida para una estructura con 31x ∞ agujeros (línea azul). Tomar el límite $N_y \rightarrow \infty$ nos permite aplicar el teorema de Bloch en la dirección y , con lo que es posible aumentar en gran medida el número de agujeros en la dirección x (N_x) que podemos tratar con nuestro formalismo teórico.

A continuación analizaremos la propiedades de T_α en función del número de agujeros en la dirección x . En la figura 5.15 se representa T_α evaluada a la longitud de onda resonante para el caso de incidencia normal y polarización p de la iluminación externa.

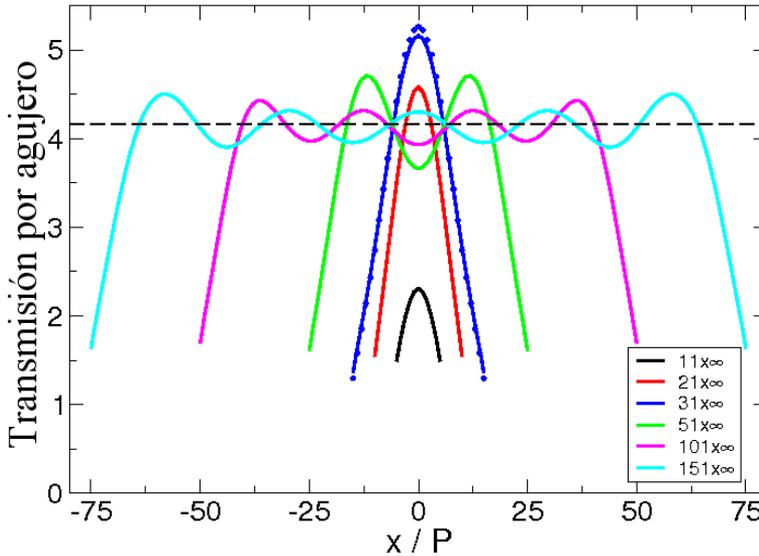


Figura 5.15: Transmisión por agujero a lo largo de la dirección x calculada a la correspondiente longitud de onda resonante para redes de $N_x \times \infty$ agujeros. En el cálculo hemos asumido que la luz incidente es normal a la superficie de la lámina y que tiene polarización p . Los parámetros geométricos que definen la red son los mismos que los utilizados en la figura 5.12. La línea discontinua muestra el resultado correspondiente a un red periódica infinita de agujeros. Los puntos azules corresponden a un corte a lo largo de la fila central de una red de 31×31 agujeros.

El valor de N_x de los casos mostrados en la figura 5.15 varía desde $N_x = 11$ hasta $N_x = 151$. Los parámetros geométricos de estos conjuntos rectangulares de agujeros son los mismos que los analizados anteriormente ($a = 135\text{nm}$, $d = 600\text{nm}$ and $h = 225\text{nm}$). Como podemos observar en la figura 5.15, se pueden distinguir dos siguientes regímenes de T_α : para un valor pequeño de N_x (hasta aproximadamente $N_x = 31$), T_α es máxima en el centro de la distribución, mientras que para valores de N_x lo suficientemente grandes, el patrón de emisión consiste en una región central casi uniforme (con algunas oscilaciones alrededor del valor correspondiente a $N_x \rightarrow \infty$) y dos regiones de borde donde el decaimiento de la emisión (medida respecto a sus respectivos bordes) es prácticamente independiente de N_x .

Para entender el papel que juegan los bordes de la muestra en la transmisión para un sistema grande, es conveniente comenzar con una formulación del proble-

ma donde aparezca explícitamente la respuesta de una red infinita. Dado que el sistema de ecuaciones del que se obtiene el conjunto $\{E_\alpha \text{ y } E'_\alpha\}$ es lineal (como se puede ver en el sistema de ecuaciones 2.28), estas magnitudes pueden obtenerse de las siguientes expresiones

$$E_\alpha = \sum_{\beta \in A} f_{\beta\alpha} \quad (5.9)$$

$$E'_\alpha = \sum_{\beta \in A} f'_{\beta\alpha} \quad (5.10)$$

donde $f_{\beta\alpha}$ ($f'_{\beta\alpha}$) se comporta como una función de Green que nos da la amplitud modal del campo eléctrico del agujero α en la interfase iluminada (no iluminada) de la lámina cuando el agujero β de la distribución finita está iluminado. Cabe destacar que tanto $f_{\beta\alpha}$ como $f'_{\beta\alpha}$ deben ser calculadas autoconsistentemente, es decir, teniendo en cuenta la presencia del resto de los agujeros de la distribución (de los agujeros distintos de α y β). Para demostrar este último punto, en la figura 5.16 aparece una comparación entre el cálculo realizado sólo teniendo en cuenta la reiluminación a primer orden entre agujeros (panel (a)) y un cálculo autoconsistente.

Las amplitudes modales correspondientes a una red infinita $\{E_\alpha^\infty, E'_\alpha^\infty\}$ también se pueden obtener de f^∞ and f'^∞ (donde el superíndice ∞ denota que estas magnitudes tienen que ser calculadas para una red infinita) utilizando expresiones similares a 5.9 y 5.10. Por tanto, es posible recuperar los modos de superficie (tanto los radiativos como los no radiativos) que existen en superficies corrugadas periódicamente, y que son los responsables de los fenómenos de transmisión extraordinaria, a partir del cálculo de f y f' . Es importante destacar que la visión local que proporcionan las funciones f y f' no proporciona información adicional respecto al origen de las propiedades de EOT. Sin embargo, como veremos más adelante, esta visión local es un punto de vista complementario a los desarrollados hasta ahora y es más conveniente cuando la simetría del sistema se reduce, por ejemplo, cuando la distribución de agujeros es finita (como el caso analizado en esta sección) o cuando la estructura no está iluminada por una onda plana.

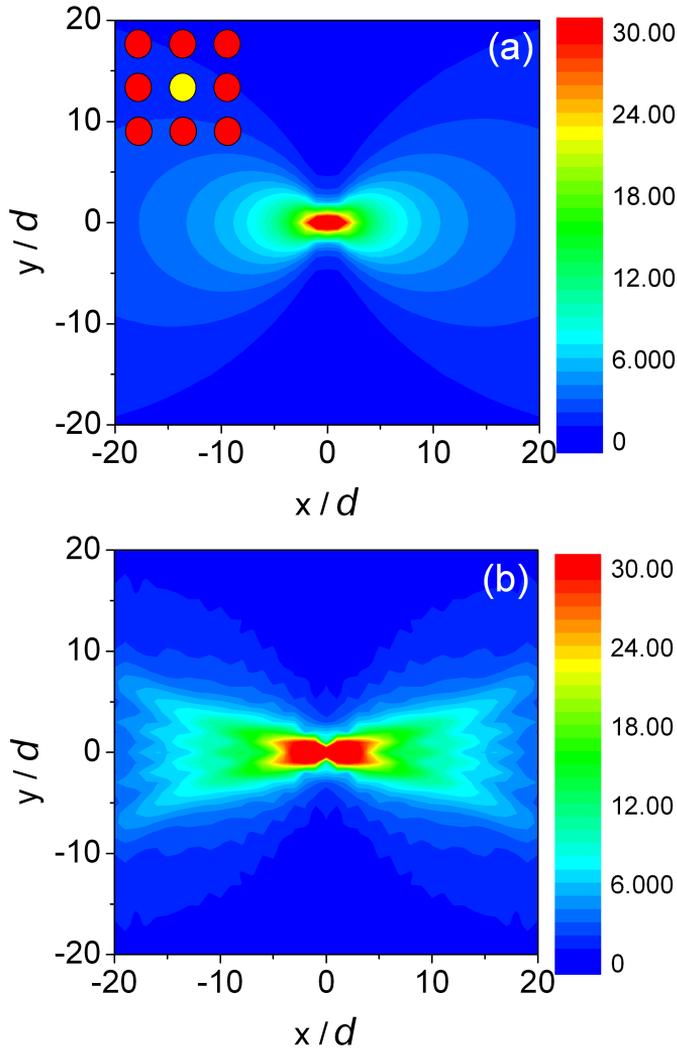


Figura 5.16: $|f_{0\alpha}|$ en unidades arbitrarias (donde el subíndice 0 etiqueta el agujero en $x = y = 0$) calculada sólo teniendo en cuenta la reiluminación de primer orden entre agujeros (a) y autoconsistentemente (b). En el cálculo se han tomado los mismos parámetros geométricos que los de la figura 5.12.

Como mencionamos anteriormente, estamos interesados en escribir la amplitud modal asociada a la apertura α en la distribución finita (E_α) como E_α^∞ más una contribución debida a la presencia de los dos bordes de la estructura. Para esto, en primer lugar dividimos la suma sobre agujeros iluminados que da

lugar a E_α^∞ en tres términos (ver un esquema en el panel superior de la figura 5.17): uno de estos términos proviene de los agujeros que pertenecen al conjunto finito estudiado ($E_\alpha^A = \sum_{\beta \in A} f_{\beta\alpha}^\infty$) y los otros dos reflejan las contribuciones de la regiones de la izquierda ($E_\alpha^L = \sum_{\mu \in L} f_{\mu\alpha}^\infty$) y de la derecha ($E_\alpha^R = \sum_{\gamma \in R} f_{\gamma\alpha}^\infty$) que son necesarias para completar el sistema finito y convertirlo en uno infinito. En segundo lugar sumamos y restamos E_α^∞ a E_α dado por la ecuación 5.9, con lo que llegamos a la siguiente expresión para E_α

$$E_\alpha = E_\alpha^\infty - E_\alpha^L - E_\alpha^R + \sum_{\beta \in A} (f_{\beta\alpha} - f_{\beta\alpha}^\infty) \quad (5.11)$$

y una expresión similar para E'_α .

Es importante destacar que toda la manipulación matemática que acabamos de describir nos permite identificar en la ecuación 5.11 tres contribuciones de los bordes con significado físico. A continuación describiremos esta interpretación física. La magnitud $S_\alpha \equiv \sum_{\beta \in A} (f_{\beta\alpha} - f_{\beta\alpha}^\infty)$ tiene en cuenta el hecho de que, debido a la presencia de los bordes, los campos EM autoconsistentes en el conjunto finito son diferentes del caso infinito. Esta diferencia está fundamentalmente en el hecho de que para sistemas finitos las ondas superficiales que aparecen en los sistemas infinitos serán reflejadas en los bordes de la estructura. El cálculo de la transformada de Fourier de S_α nos permite comprobar la presencia de dos picos en $k_{0x} = k_0 \sin \theta$ and $-k_{0x}$ (ver la figura 5.18, donde se han representado los casos $\theta=0.1^\circ$ y $\theta=2^\circ$), lo que indica que este término está relacionado con la reflexiones en los bordes de la estructura de las ondas de superficie que son las responsables de la transmisión resonante. La interferencia entre estas ondas de superficie, da lugar a la aparición de oscilaciones en los patrones de transmisión por agujero para distribuciones con un número grande de aperturas, como se puede ver en la figura 5.15.

Por otro lado, E_α^L y E_α^R representan la ausencia de emisores que contribuyan a la formación autoconsistente de los modos EM de superficie mencionados anteriormente. Estas contribuciones aparecen en la ecuación 5.11 como iluminaciones negativas que provienen de los agujeros *virtuales* situados en las regiones a la izquierda y derecha del conjunto finito analizado. Durante las simulaciones de estos sistemas, hemos comprobado que para conjuntos finitos con un número

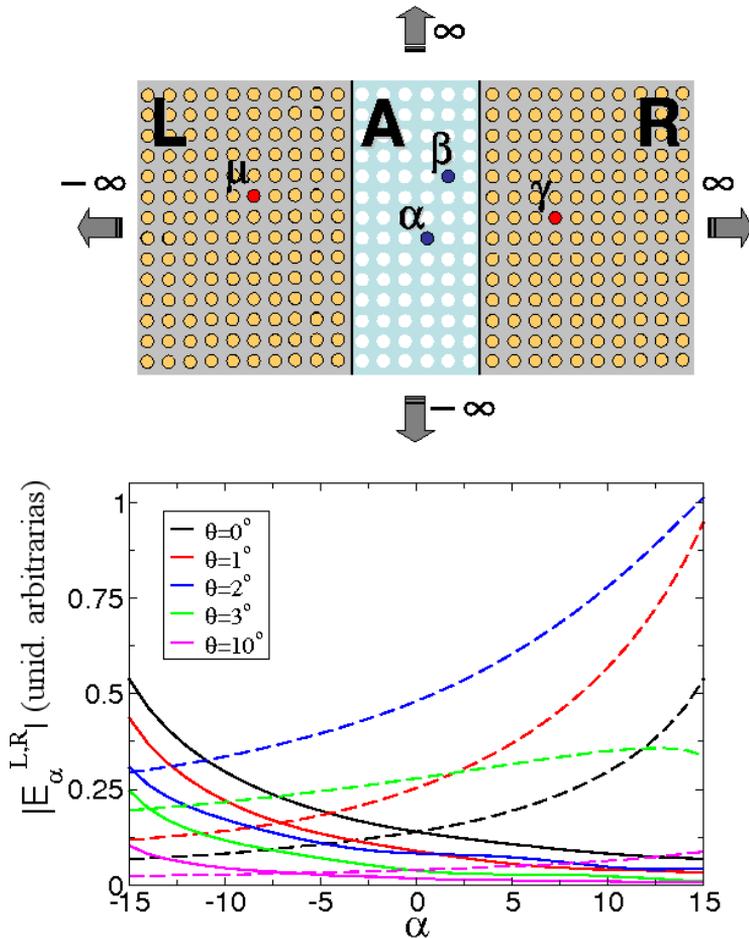


Figura 5.17: Panel superior: esquema del modelo teórico usado para describir las propiedades de la transmisión por agujero de una red finita de agujeros. Panel inferior: $|E_\alpha^L|$ (línea continuas) $|E_\alpha^R|$ (líneas discontinuas) como función de la etiqueta de cada objeto α en una red de $31 \times \infty$ agujeros, calculadas para varios ángulos de incidencia.

pequeño de agujeros, las contribuciones de borde que dominan son únicamente E_α^L y E_α^R , mientras que el término S_α sólo es importante cuando el conjunto es lo suficientemente grande. Como en nuestro caso estamos interesados en explicar la distribución espacial de la emisión de luz de conjuntos de 31×31 agujeros, a partir de ahora nos concentramos en el análisis de E_α^L y E_α^R .

En el panel inferior de la figura 5.17 mostramos el comportamiento del módulo

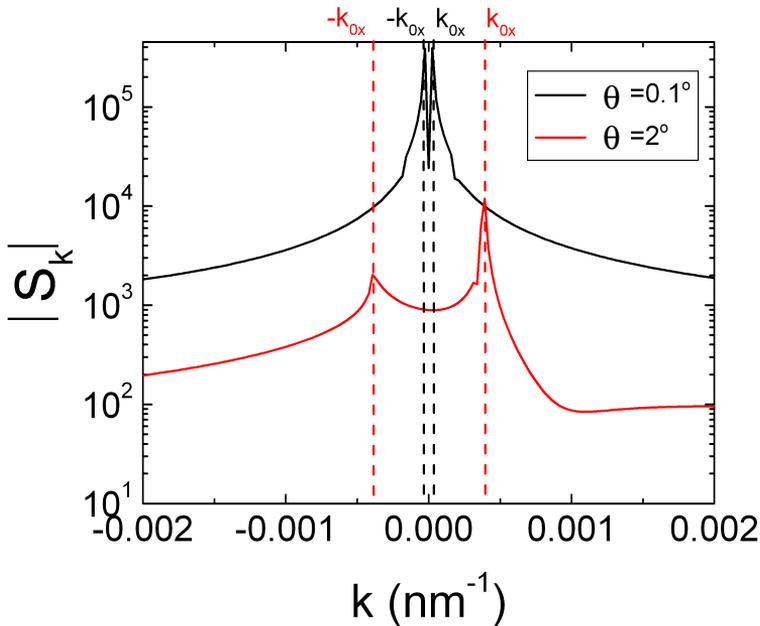


Figura 5.18: Módulo de la transformada de Fourier de S_α . En la figura se muestran los resultados para dos valores del ángulo incidente: $\theta=0.1^\circ$ (línea negra) y $\theta=2^\circ$ (línea roja). Las líneas discontinuas verticales señalan de k_{0x} y $-k_{0x}$ en cada caso (siendo k_{0x} la proyección del vector de onda incidente en la dirección del eje x).

de E_α^L y E_α^R (evaluados en resonancia) como función de la posición de los agujeros α para una distribución de $31 \times \infty$ agujeros con los mismos parámetros geométricos usados en los cálculos anteriores y para diferentes ángulos de incidencia. Para incidencia normal (línea negras), $|E_\alpha^L|$ es máximo en el borde izquierdo de la distribución y decae a medida que la apertura α se separa de este borde izquierdo, siendo, para estos parámetros geométricos, la longitud de decaimiento (L_D) de aproximadamente 15 veces el período de la red. En la figura 5.17 también se puede observar un comportamiento similar para $|E_\alpha^R|$, lo que explica por qué para $\theta = 0^\circ$ el patrón de transmisión por agujero de la distribución $31 \times \infty$ presenta un máximo en el centro. Para distribuciones con un mayor número de agujeros (mucho mayores que L_D), las regiones cercanas a los bordes del sistema presentarían una tendencia similar pero la influencia de esos términos en la parte central de la distribución se reduce de forma muy importante. Además cabe señalar que como la sección eficaz de *scattering* de un

agujero depende fuertemente de su diámetro [Muller03], L_D también presenta una gran dependencia con el tamaño de los agujeros. Así, si el radio del agujero es muy pequeño en comparación con la longitud de onda resonante (es decir, aproximadamente el periodo de la red), son necesarios un gran número de agujeros para obtener los valores de transmisión predichos para las distribuciones periódicas infinitas.

Las contribuciones de los bordes ($|E_\alpha^L|$ y $|E_\alpha^R|$) son muy diferentes incluso para pequeños ángulos de incidencia (ver figura 5.17), lo que explica el hecho de que la emisividad observada esté concentrada en uno de los lados de la muestra para esos valores pequeños del ángulo incidente. Como también se puede observar en la figura 5.17, cuando el ángulo de incidencia es lo suficientemente grande ($\theta \approx 10^\circ$) las dos contribuciones son de nuevo comparables, dando lugar a un patrón uniforme.

La dependencia angular de $|E_\alpha^L|$ y $|E_\alpha^R|$ que acabamos de describir se puede explicar analizando el comportamiento de $f_{\gamma\alpha}^\infty$. Como mencionamos anteriormente, $f_{\gamma\alpha}^\infty$ representa la respuesta del sistema a una iluminación local (nótese que en ese caso el vector de onda paralelo a la superficie no está bien definido), y por tanto contiene la respuesta de todas las ondas EM de superficie. Esto, como veremos a continuación, da lugar a un comportamiento complejo de $f_{\gamma\alpha}^\infty$ a distancias cortas, mientras que a distancias grandes la distribución espacial de esta cantidad es la de una onda. En la figura 5.19, se representa la dependencia de tanto el módulo como la fase de $f_{0\beta}$ (paneles (a) y (b), respectivamente) en función del índice β que define la posición de cada agujero en la dirección x . Como podemos deducir de esta figura, para entender los mecanismos físicos del proceso estudiado, podemos aproximar $f_{\gamma\alpha}^\infty = |f_{\gamma\alpha}^\infty| e^{ik_0 x_\gamma} e^{ik_0 |x_\gamma - x_\alpha|}$ para $\gamma \neq \alpha$, y $f_{\gamma\gamma}^\infty = |f_{\gamma\gamma}^\infty| e^{ik_0 x_\gamma} e^{i\phi}$, donde ϕ es una fase que depende de la longitud de onda. Si introducimos estas magnitudes en E_α^R y E_α^L , obtenemos

$$E_\alpha^R \approx e^{-ik_0 x_\alpha} \sum_{\gamma \in R} |f_{\gamma\alpha}^\infty| e^{i(k_0 x + k_0) x_\gamma} \quad (5.12)$$

$$E_\alpha^L \approx e^{ik_0 x_\alpha} \sum_{\mu \in L} |f_{\mu\alpha}^\infty| e^{i(k_0 x - k_0) x_\mu} \quad (5.13)$$

Para entender completamente el comportamiento de los conjuntos finitos

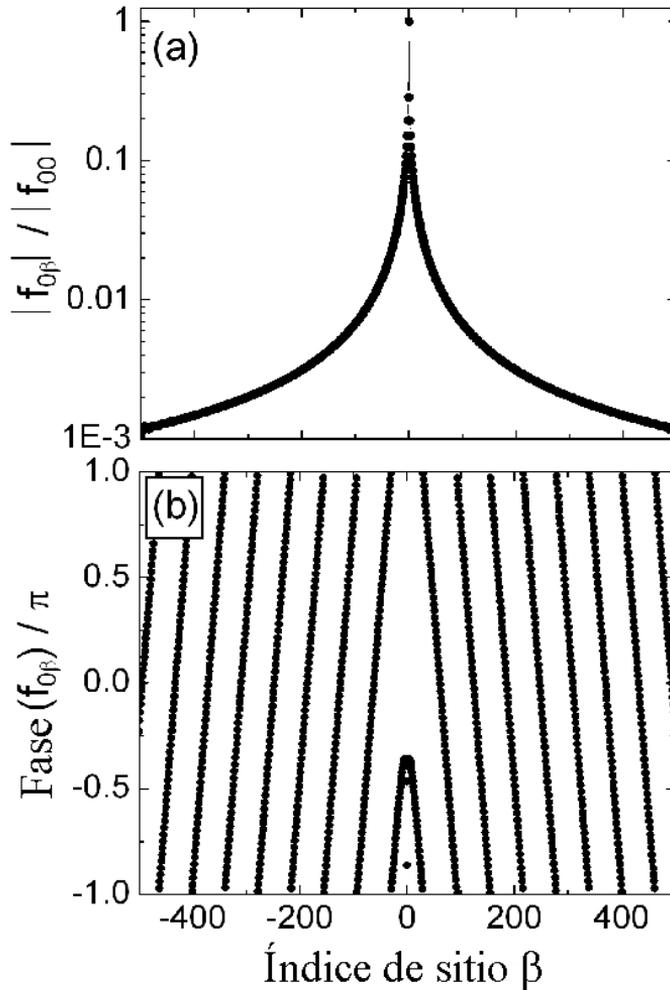


Figura 5.19: Módulo y fase de $f_{0\beta}$ (paneles (a) y (b), respectivamente), siendo β la etiqueta de cada sitio en la dirección x . En el cálculo se han asumido los mismos parámetros geométricos que en la figura 5.12.

de agujeros estudiados, hemos encontrado conveniente considerar que ocurre primero cuando una red periódica infinita es iluminada por una onda plana en incidencia normal. Es este caso, las regiones R y L de las ecuaciones 5.12 y 5.13 se corresponden con las regiones a la derecha e izquierda respectivamente del sitio etiquetado con α . De esta forma, E_α^∞ se puede escribir como

$$E_\alpha^\infty = E_\alpha^L + E_\alpha^R + f_{\alpha\alpha}^\infty \quad (5.14)$$

Así en $\lambda = d$ todos los términos en $E_\alpha^{R,L}$ interfieren constructivamente en el sitio α , pero no están en fase con el término $f_{\alpha\alpha}^\infty$. La interferencia óptima entre todos los términos ocurre entonces a una longitud de onda resonante λ_M ligeramente mayor que d , lo que determina la aparición de un modo EM de superficie, que es el que da lugar a las propiedades de EOT del sistema. Cabe señalar que en $\lambda = \lambda_M$ la interferencia de todos los $f_{\gamma\alpha}^\infty$ en $E_\alpha^{R,L}$ (ecuaciones 5.12 y 5.13) no es totalmente constructiva, es decir, entre un sitio y su vecino más próximo la onda acumula una fase $\Delta_{SW} = k_0 d$ diferente de 2π .

Consideremos ahora el caso de un conjunto finito de agujeros, con las definiciones de las regiones L y R esquematizadas en el panel superior de la figura 5.17. En $\lambda = \lambda_M$, la interferencia de los términos $f_{\gamma\alpha}^\infty$ con $\gamma \neq \alpha$ se puede mejorar haciendo incidir la onda externa con un ángulo. Esto añade a la fase Δ_{SW} una fase de *cámmino óptico* $\Delta_{OP} = k_{0x}d$, acumulada por la onda plana antes de alcanzar los agujeros. Como los modos de superficie que intervienen en este problema están cercanos a la línea de luz, el valor de k_{0x} (y por lo tanto el ángulo de inclinación de la onda plana externa) en el que la interferencia es óptima es muy pequeño. Sin embargo, dado que la diferencia de fase total entre los vecinos más cercanos es o $\Delta_{OP} + \Delta_{SW}$ (para E_α^R) o $\Delta_{OP} - \Delta_{SW}$ (para E_α^L), cuando una de las contribuciones de borde es optimizada, la otra se degrada. Además nótese que cuando k_{0x} es mayor que su valor óptimo, tanto $\Delta_{OP} + \Delta_{SW}$ como $\Delta_{OP} - \Delta_{SW}$ se alejan de 2π , lo que explica por qué el comportamiento resonante se pierde cuando el ángulo incidente toma valores grandes. Por tanto, podemos decir que toda la fenomenología encontrada en los patrones de emisión de conjuntos finitos de agujeros proviene de un equilibrio entre la fase de camino óptico y la correspondiente a las ondas de superficie que vienen de los bordes de la muestra.

5.6. Conclusiones

A lo largo de todo este Capítulo hemos estudiado las propiedades de transmisión extraordinaria de diferentes tipos de conjuntos finitos de aperturas en 3D.

En primer lugar, hemos demostrado que el fenómeno de EOT está ya presente en una cadena lineal de agujeros perforados en una lámina metálica. Para esta estructura, hemos obtenido una transmisión comparable a la que se obtiene en el caso de redes 2D de aperturas. Así, podemos afirmar que una cadena de agujeros es la unidad básica de los fenómenos de transmisión resonante y que las redes 2D de agujeros se pueden considerar como formadas por conjuntos de cadenas de aperturas débilmente acopladas EM entre sí.

En este Capítulo también se ha analizado la evolución de las propiedades de transmisión resonante en distribuciones finitas de agujeros, desde el caso de un sólo agujero hasta el caso de un conjunto infinito periódico de agujeros. De este estudio hemos deducido que el cociente entre el radio de los agujeros y el periodo de la red es el parámetro que gobierna como la transmisión de un sistema finito tiende al correspondiente caso infinito al aumentar el número de agujeros de la muestra.

Además hemos estudiado, mediante de la comparación entre los resultados obtenidos con nuestro formalismo con datos experimentales, el fenómeno de transmisión resonante a través de redes finitas de agujeros en el régimen de microondas. A partir de este estudio se puede concluir que incluir el tamaño finito de las muestras es de gran importancia para obtener una comparación cuantitativa entre los resultados teóricos y experimentales.

Finalmente, se ha analizado cómo emerge la luz de la superficie de una distribución finita de agujeros. Hemos demostrado que los patrones de emisión obtenidos a la correspondiente longitud de onda resonante son asimétricos para incidencia no normal y dependen fuertemente del ángulo de incidencia, incluso para ángulos muy pequeños. Los resultados experimentales se han descrito en términos de un modelo teórico en el que las propiedades de una distribución finita se obtienen como las correspondientes a un sistema infinito más la contribución que proviene de las ondas EM reflejadas en los bordes de la estructura. Mediante el análisis de estas ondas, hemos explicado toda la fenomenología encontrada tanto en los experimentos como en las simulaciones numéricas, obteniendo así una interpretación física de algunos de los mecanismos fundamentales de los fenómenos de EOT. La información obtenida en este estudio puede ser de gran importancia para el diseño de las distribuciones de agujeros consideradas y para

la interpretación de los resultados en una gran variedad de aplicaciones, tales como el incremento de las señales espectroscópicas, la nanolitografía plasmónica y los dispositivos ópticos.

CAPÍTULO 6

Cuasiperiodicidad y desorden

6.1. Introducción

Una estructura cuasiperiódica (en una, dos o tres dimensiones) es aquella que, a pesar de no tener simetría translacional periódica, está caracterizada por orden de largo alcance y simetría orientacional bien definida. Desde que en 1984 se demostrara experimentalmente la existencia de materiales cuyos átomos se distribuyen en una estructura cuasiperiódica [Shechtman84], las propiedades físicas de este tipo de sistemas han sido estudiadas exhaustivamente desde el punto de vista de materia condensada (ver, por ejemplo, una revisión de este tema en [Rabson91]).

Debido al gran avance en la tecnología fotónica que está teniendo lugar desde hace una década, este interés se ha extendido a sistemas en los que el índice de refracción se modula espacialmente de forma cuasiperiódica a escala micrométrica en una y dos dimensiones [Chow93, Negro03, Notomi04, Villa05].

En lo que respecta al tema estudiado a lo largo de esta tesis, muy recientemente han aparecido en la literatura estudios experimentales demostrando transmisión extraordinaria a través de conjuntos cuasiperiódicos de aperturas en una

lámina metálica [Sun06, Przybilla06]. En ambos trabajos se sugiere la existencia de una conexión entre el comportamiento resonante de estructuras cuasiperiódicas y la aparición de picos muy pronunciados en sus correspondientes factores de estructura. Sin embargo, en esas referencias no se da una descripción teórica de cuál es esa conexión y qué mecanismos físicos son responsables de los fenómenos observados.

En este Capítulo demostraremos que las propiedades de transmisión extraordinaria observadas en conjuntos cuasiperiódicos de aperturas están basadas en la excitación de modos EM de superficie en las interfases de la lámina metálica, de forma similar a lo que ocurre en el caso de redes ordenadas [Martín-Moreno01, Salomon01, Genet03, Rivas03, Martín-Moreno04, Moreno04, Beruete04, Barnes04, Pendry04, García-Vidal05, Sarrazin05, deAbajo05, Lalanne05]. Para ello, presentaremos un nuevo marco teórico que relaciona las amplitudes de campo eléctrico en la superficies de salida y de entrada de cada apertura con el factor de estructura del sistema estudiado. Veremos que este formalismo tiene un carácter completamente general y puede ser aplicado a cualquier distribución periódica o no periódica de agujeros.

Como en los Capítulos anteriores, en este estudio trataremos el metal como perfecto (es decir tomaremos su constante dieléctrica $\epsilon = -\infty$), lo que, como ya señalamos en la Sección 2.6, es una buena aproximación tanto para rango de microondas como para el de THz. Como también discutimos en la Sección 2.6, en el rango óptico esta aproximación tiene un valor semi-cuantitativo, siempre que el tamaño de las aperturas sea aumentado para incluir de forma efectiva el cambio de la constante de propagación dentro de los agujeros cuando estamos considerando un metal realista en lugar de un conductor perfecto. En todos los cálculos presentados en este Capítulo, el radio de los agujeros tiene su valor nominal y por tanto los resultados serán aplicables a diferentes rangos de frecuencias simplemente escalando todas las longitudes del sistema con el factor correspondiente. Consideraremos el caso de longitudes nanométricas ya que es el rango donde se han realizado los experimentos sobre transmisión resonante en estructuras cuasiperiódicas publicados hasta ahora [Sun06, Przybilla06].

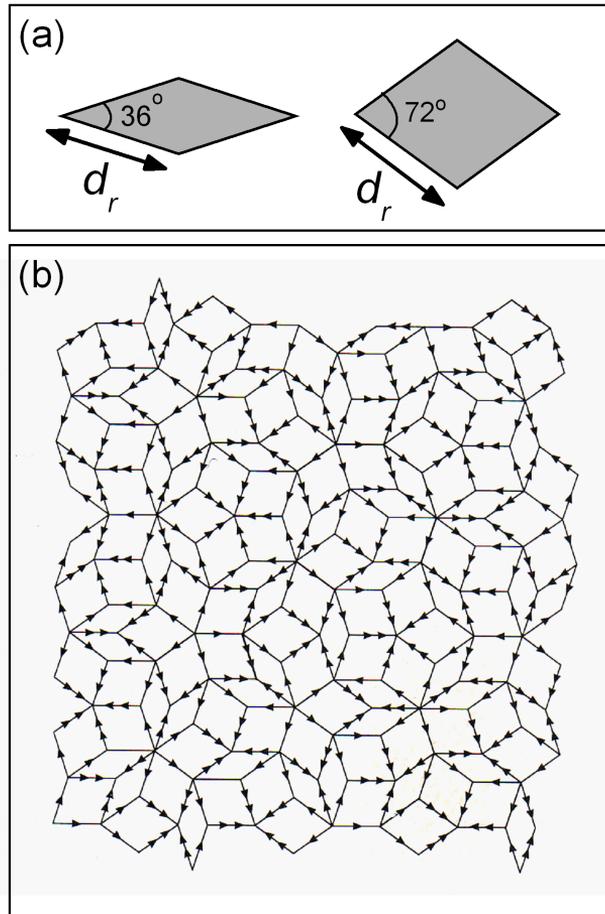


Figura 6.1: (a) Los dos elementos básicos que forman una red de Penrose. (b) Ejemplo de como los dos rombos mostrados en (a) se pueden utilizar para cubrir el plano bidimensional formando una red cuasiperiódica.

6.2. Red de Penrose

Una red de Penrose está compuesta por dos rombos diferentes. Estos rombos tienen la misma longitud de sus lados (d_r) pero el ángulo que los define es diferente: este ángulo toma un valor 36° en el caso del rombo más estrecho y 72° para el rombo más ancho [ver figura 6.1(a)]. Se puede demostrar matemáticamente que

siguiendo unas ciertas normas de empalme entre rombos diferentes [Ingersent90], es posible cubrir todo el plano bidimensional con una red sin periodicidad pero con orden de largo alcance y simetría orientacional de orden 5: esta es la denominada red de Penrose. Un ejemplo de este tipo de estructuras aparece en la figura 6.1(b). En este Capítulo, para sistematizar el proceso de generación de una red de Penrose utilizaremos el Método Dual Generalizado [Levine86].

Veamos ahora cuales son los tipos concretos de estructuras que analizaremos en este Capítulo. Los paneles de la izquierda en la figura 6.2 muestran las distribuciones de agujeros que consideraremos aquí. Las figuras 6.2(a), (c) y (e) corresponden a una red periódica cuadrada, a una red de Penrose y a una distribución aleatoria de agujeros, respectivamente. En los tres casos, el número de agujeros se ha fijado en $N = 636$, siendo la longitud del rombo que define la estructura de $d_r=600\text{nm}$ [ver la definición de d_r en la figura 6.1(a)]. La estructura ordenada es una porción circular de una red cuadrada con parámetro de red $d = 562 \text{ nm}$. Este valor de la constante de red se ha escogido de tal forma que el radio externo de esta distribución circular sea el mismo que el del caso cuasiperiódico. En el caso desordenado, distribuimos N agujeros aleatoriamente dentro del mismo radio externo, pero sin permitir que ninguna distancia entre los agujeros sea menor que la mínima distancia que encontramos en la estructura cuasiperiódica.

Los paneles de la derecha de la figura 6.2 muestran los factores de estructura de los correspondientes sistemas de la columna de la izquierda [los paneles (b), (d) y (f) corresponden a las estructuras ordenada, cuasiperiódica y desordenada, respectivamente]. Nótese que tanto en el caso ordenado como cuasiperiódico aparecen unos picos pronunciados en el factor de estructura. Como demostraremos más adelante, este hecho está ligado (en láminas metálicas perforadas) a la formación de estados EM de superficie, que como ya mencionamos en la introducción, son los responsables de los fenómenos de transmisión extraordinaria observados en las estructuras analizadas.

6.3. Propiedades de transmisión

En esta sección analizaremos las propiedades resonantes de transmisión que aparecen en el espectro de la red cuasiperiódica de agujeros descrita en la Sección

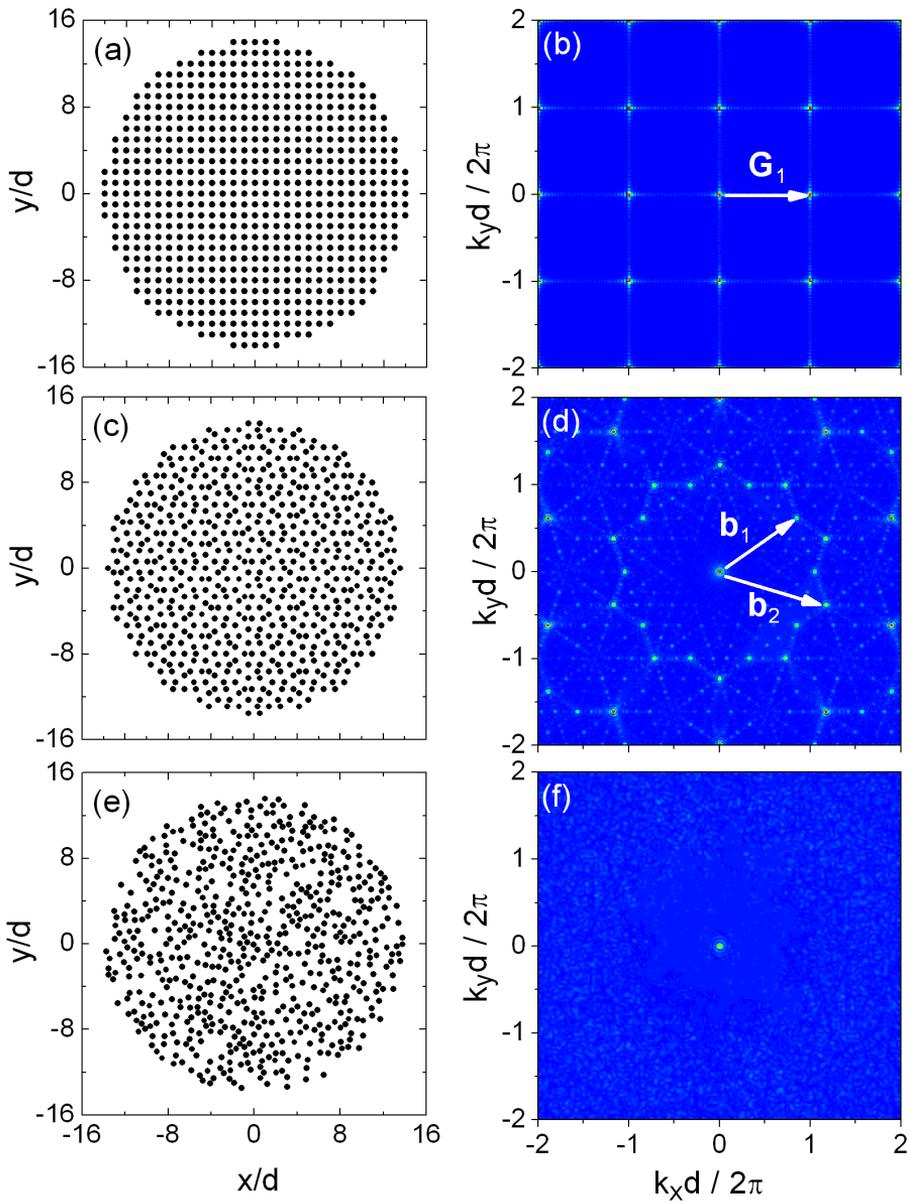


Figura 6.2: Estructuras consideradas en este Capítulo. Los paneles de la izquierda muestra una red cuadrada (a), una red de Penrose (c) y una red completamente desordenada (e). Los paneles de la derecha son los factores de estructura de los tres sistemas representados en la columna izquierda. (b), (d) y (f) corresponden a los casos periódico, cuasiperiódico y desordenado, respectivamente. En (b) y (d) también se indican los vectores asociados a la formación de modos EM de superficie para distribuciones periódicas y cuasiperiódicas de aperturas.

anterior. Además, compararemos este espectro con los correspondientes a una red ordenada y a un conjunto completamente desordenado con el mismo número de aperturas por unidad de área (ver figuras 6.2 (c) y (e), respectivamente).

La figura 6.3 muestra el espectro de transmisión óptica evaluado a incidencia normal para un radio de los agujeros de $a = 130$ nm y una anchura de la lámina metálica de $h = 170$ nm. Estos son valores típicos de los experimentos realizados en el rango óptico y serán usados en todos los cálculos que presentamos en este Capítulo. Además es importante señalar que normalizaremos la transmisión a través de un conjunto de N agujeros a N veces la transmisión normalizada al área de una sola apertura circular T_0 (ver *inset* izquierdo de la figura 6.3), es decir, a la transmisión que se obtiene de un conjunto de N aperturas independientes. Como esperamos, para aperturas en el régimen $a/\lambda \ll 1$, T_0 es una función monótona que decrece rápidamente en función de la longitud de onda.

En el caso ordenado (línea discontinua en la figura 6.3), el espectro de transmisión es también suave, con valores cercanos a los correspondientes al caso de agujeros independientes [$T/(NT_0) \approx 1$], excepto cerca del pico resonante que aparece a $\lambda = 575$ nm, donde T aumenta en un factor ≈ 13 . Como hemos visto en los Capítulos anteriores, este es el caso típico de pico resonante asociado a un fenómeno de transmisión extraordinaria.

Como puede verse en la figura 6.3, también obtenemos transmisión resonante cuando los agujeros están distribuidos formando una red de Penrose (ver curva continua en esa figura), de forma similar a lo que ha sido demostrado experimentalmente en las referencias [Sun06] y [Przybilla06]. En nuestro caso, encontramos factores de aumento de la transmisión de aproximadamente 3 y 5 a las longitudes de onda resonantes $\lambda = 500$ nm y $\lambda = 585$ nm, respectivamente. Para confirmar la importancia del orden de largo alcance en este fenómeno, la línea de puntos de la figura 6.3 demuestra que el espectro de transmisión para la distribución desordenada de agujeros no muestra ninguna característica resonante. El espectro mostrado en este último caso es sólo un ejemplo representativo de distribuciones desordenadas; hemos generado varias configuraciones aleatorias encontrando siempre el mismo comportamiento no resonante.

Como se menciona en las referencias [Sun06] y [Przybilla06], la aparición de fenómenos de transmisión extraordinaria en distribuciones cuasiperiódicas de

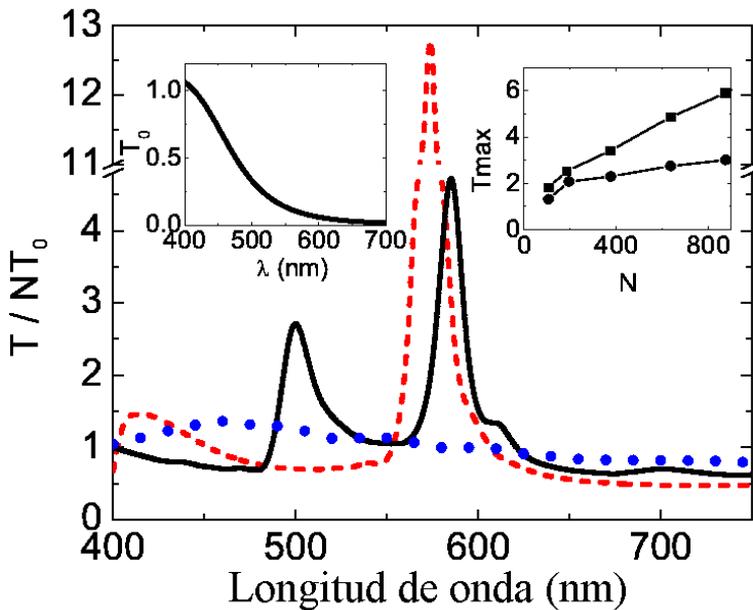


Figura 6.3: Espectro de transmisión (T) para el caso ordenado (línea discontinua), la red de Penrose (línea continua) y una configuración aleatoria de agujeros (línea de puntos). En los tres casos asumimos los siguientes parámetros geométricos $a = 130$ nm, $h = 170$ nm and $N = 636$. T está normalizada a la transmisión obtenida para N agujeros independientes. El *inset* de la izquierda muestra el espectro de transmisión normalizada al área para el caso de un solo agujero. El *inset* de la derecha representa la dependencia con N de T en los picos resonantes $\lambda = 500$ nm (círculos) y $\lambda = 585$ nm (cuadrados).

agujeros se puede relacionar con la estructura de la red en el espacio recíproco, utilizando argumentos similares a los que se emplean en los casos ordenados. En la siguiente sección, demostraremos cuantitativamente esta sugerencia.

6.4. Explicación física: formalismo en el espacio recíproco

El formalismo teórico descrito en la Sección 2.3.1 puede ser aplicado a cualquier distribución de agujeros (como muestran los ejemplos mostrados en la figura 6.3). Como describimos en esa Sección, ese marco teórico está desarrollado en espacio real; es decir, está formulado en términos de las amplitudes del campo eléctrico

en espacio real. Sin embargo, como demostraremos aquí, el papel del orden de largo alcance en los fenómenos de transmisión extraordinaria se puede analizar mejor en el espacio recíproco: en el espacio recíproco el orden de largo alcance se manifiesta claramente mediante la aparición de picos en el factor de estructura.

Como vimos en la Sección 2.3.1, el campo eléctrico en todo el espacio se puede expresar en función de las amplitudes del campo eléctrico en la superficie de entrada y de salida de las diferentes aperturas ($E_n(\mathbf{R})$ y $E'_n(\mathbf{R})$, respectivamente, donde \mathbf{R} define las posiciones dentro de la distribución bidimensional y el índice n corre sobre todos los modos dentro de los agujeros). A su vez, estas cantidades se pueden obtener resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones acopladas

$$\begin{aligned} -\epsilon_n E_n(\mathbf{R}) + \sum_{\mathbf{R}',m} G_{nm}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') E_m - G_n^V E'_n(\mathbf{R}) &= I_n(\mathbf{R}) \\ -\epsilon_p E'_p(\mathbf{R}) + \sum_{\mathbf{R}',q} G_{pq}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') E'_q - G_p^V E_p(\mathbf{R}) &= 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

donde, usando la notación de Dirac, hemos definido

$$G_{nm}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = i \sum_{\sigma} \int d\mathbf{k} Y_{\mathbf{k}\sigma} \langle n\mathbf{R} | \mathbf{k}\sigma \rangle \langle \mathbf{k}\sigma | m\mathbf{R}' \rangle \quad (6.2)$$

$$I_n(\mathbf{R}) = 2i \langle n\mathbf{R} | \mathbf{k}_0 \sigma_0 \rangle \quad (6.3)$$

$$\epsilon_n = -i Y_n \frac{1 + \exp(2i \nu_n h)}{1 - \exp(2i \nu_n h)} \quad (6.4)$$

siendo $Y_{\mathbf{k}\sigma}$ la admitancia de los modos propios en el vacío definidos por un vector de onda \mathbf{k} y una polarización σ (donde $\sigma = 1$ para polarización s y $\sigma = 2$ para polarización p): $Y_{\mathbf{k}1} = k_z/k_0$ y $Y_{\mathbf{k}2} = k_0/k_z$, donde $k_0 = 2\pi/\lambda$ y $k_z = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}$. \mathbf{k}_0 y σ_0 definen el vector de onda y la polarización de la onda plana incidente, respectivamente. Y_n es la admitancia del modo guía de onda n dentro de los agujeros mientras que ν_n es su correspondiente constante de propagación en la dirección z . Finalmente, el producto interno que aparece en 6.2, 6.3 y 6.4 viene dado por

$$\langle n\mathbf{R}|\mathbf{k}\sigma \rangle = \int d\mathbf{r} [\vec{\phi}_n(\mathbf{r} - \mathbf{R})]^* \vec{\psi}_n(\mathbf{r}) \quad (6.5)$$

donde $\mathbf{r} = (x, y)$. Las funciones $\vec{\phi}_n(\mathbf{r})$ y $\vec{\psi}_n(\mathbf{r})$ son los modos propios (en espacio real) en el vacío y dentro de los agujeros, respectivamente.

Aunque el significado físico de cada magnitud del sistema 6.1 ha sido explicado en detalle en la Sección 2.3.1, es conveniente recordar aquí alguno de esos puntos para la discusión que haremos posteriormente. La iluminación externa sobre cada agujero está representada por el término $I_n(\mathbf{R})$. El término ϵ_n está relacionado con los múltiples rebotes de los campos EM dentro de cada agujero y G_n^V es la magnitud que gobierna el acoplo entre las interfases iluminada y no iluminada de la lámina metálica.

Ahora bien, para encontrar la conexión entre los fenómenos de transmisión extraordinaria y el factor de estructura de un conjunto dado de agujeros [definido como $S(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{R}} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{R})$], es conveniente trabajar con las componentes de Fourier $E_n(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{R}} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{R}) E_n(\mathbf{R})$. Si multiplicamos las ecuaciones que aparecen en 6.1 por $\exp(-i\mathbf{q}\mathbf{R})$ y las sumamos para todos los posibles \mathbf{R} , obtenemos el siguiente nuevo sistema de ecuaciones en el espacio de Fourier

$$\begin{aligned} -\epsilon_n E_n(\mathbf{q}) + \sum_m \int d\mathbf{k} G_{mn;\mathbf{k}} S(\mathbf{q} - \mathbf{k}) E_m(\mathbf{k}) - G_n^V E_n'(\mathbf{q}) &= I_n(\mathbf{R} = 0) S(\mathbf{q} - \mathbf{k}_0) \\ -\epsilon_n E_n'(\mathbf{q}) + \sum_m \int d\mathbf{k} G_{mn;\mathbf{k}} S(\mathbf{q} - \mathbf{k}) E_m'(\mathbf{k}) - G_n^V E_n(\mathbf{q}) &= 0 \end{aligned} \quad (6.6)$$

donde hemos definido

$$G_{mn;\mathbf{k}} = i \sum_{\sigma} Y_{\mathbf{k}\sigma} \langle n|\mathbf{k}\sigma \rangle \langle \mathbf{k}\sigma|m \rangle \quad (6.7)$$

siendo $\langle n|\mathbf{k}\sigma \rangle = \langle n(\mathbf{R} = 0)|\mathbf{k}\sigma \rangle$.

Nótese que tanto ϵ_n como G_n^V no dependen del vector de onda paralelo \mathbf{k} , ya que no acoplan modos de diferentes agujeros.

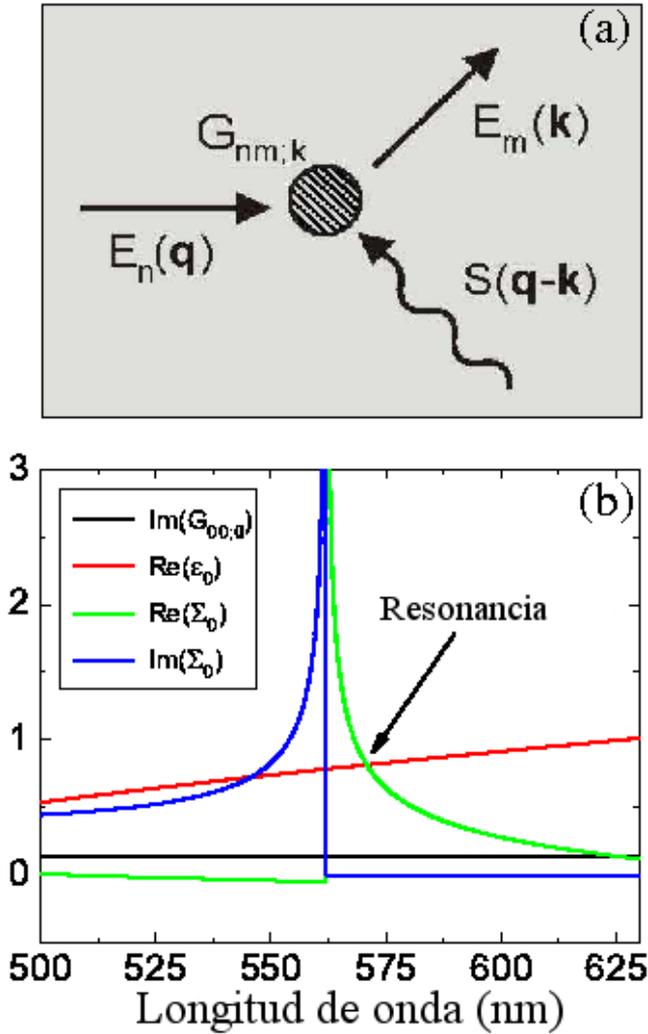


Figura 6.4: (a) Esquema del proceso de *scattering* que acopla $E_n(\mathbf{q})$ con $E_m(\mathbf{k})$ (ver en el texto detalles de estas magnitudes). (b) Dependencia con la longitud de onda de las partes real e imaginaria de las magnitudes que determinan la longitud de onda resonante en una estructura semi-infinita de aperturas.

La integral $\int d\mathbf{k} G_{mn;\mathbf{k}} S(\mathbf{q}-\mathbf{k}) E_m(\mathbf{k})$ en 6.4 representa el proceso de *scattering* que acopla $E_n(\mathbf{q})$ al continuo $E_m(\mathbf{k})$, siendo la correspondiente diferencia de momento proporcionada por la red a través de $S(\mathbf{q}-\mathbf{k})$ [ver una representación esquemática de este proceso en la figura 6.4(a)]. Como se puede ver, la amplitud

de este proceso depende de $G_{mn;\mathbf{k}}$ que, aparte del solape entre los modos de cavidad m y n , contiene dos términos: uno que surge del acoplamiento con los modos con polarización s en el vacío, que es proporcional a $k_z(\mathbf{k}) = \sqrt{k_0^2 - |\mathbf{k}|^2}$ (con $k_0 = \omega/c$), y otro que proviene del acoplamiento a los modos con polarización p , que va como $1/k_z(\mathbf{k})$ (y que, por tanto, divergen siempre que un modo de difracción va rasante).

Una propiedad importante en lo que sigue es que $G_{mn;\mathbf{k}}$ es un número real siempre que \mathbf{k} corresponda a una onda evanescente en el vacío e imaginario puro si corresponde a un modo radiativo. Para aperturas con $a/\lambda \ll 1$, ϵ_n y G_n^V son cantidades reales.

Para ilustrar las matemáticas de la formación de los modos de superficie, consideremos un sistema más simple consistente en la misma colección de agujeros pero ahora perforados en una estructura semi-infinita. Este sistema está gobernado por la primera de las ecuaciones en 6.4, imponiendo $G_n^V = 0$ (es decir, no hay acoplamiento con la superficie de salida de la lámina). Además, del teorema de Bloch deducimos que $E_n(\mathbf{k} + \mathbf{K}_i) = E_n(\mathbf{k})$ y $S(\mathbf{k}) = \sum_i \delta(\mathbf{k} - \mathbf{K}_i)$ (siendo \mathbf{K}_i un vector de la red recíproca). Así, si suponemos incidencia normal (es decir, $\mathbf{k}_0 = 0$), la ecuación que gobierna cada amplitud modal $E_n(\mathbf{0})$ se puede escribir como

$$(G_{nn} - \epsilon_n) E_n(\mathbf{0}) + \sum_{m \neq n} G_{nm} E_m(\mathbf{0}) = I_n(\mathbf{0}) \quad (6.8)$$

donde hemos definido

$$G_{nm} = G_{nm;\mathbf{0}} + \sum_{\mathbf{K}_i \neq \mathbf{0}} G_{nm;\mathbf{K}_i} \quad (6.9)$$

Ahora bien, si introducimos otra aproximación consistente en asumir que solo el modo TE_{11} dentro de los agujeros (el modo menos evanescente, etiquetado con $n=0$) contribuye a la transmisión (lo que hemos comprobado que es una aproximación muy buena en el intervalo de longitudes de onda que estamos considerando), podemos escribir la amplitud para este modo como

$$E_0(\mathbf{0}) = \frac{I_0}{G_{00;\mathbf{0}} + \Sigma_0 - \epsilon_0} \quad (6.10)$$

donde Σ_0 representa la re-iluminación sobre las componentes de Fourier de orden cero después del acoplamiento con los modos de difracción, siendo

$$\Sigma_0 = \sum_{\mathbf{K}_i \neq 0} G_{00; \mathbf{K}_i} \quad (6.11)$$

Para clarificar más el comportamiento resonante de $E_0(\mathbf{0})$, en la figura 6.4(b) mostramos la parte real e imaginaria de las diferentes magnitudes que aparecen en el denominador de 6.10 para el caso de una red ordenada con $a=130$ nm y $d=562$ nm. Como podemos ver en esta figura, Σ_0 diverge cuando el primer orden de difracción [asociado a $\pm \mathbf{G}_1$, ver figura 6.2(b)] pasa de ser propagante a ser evanescente.

Debido a la rápida variación cerca de la divergencia [ver líneas verde y azul en la figura 6.4(b)], Σ_0 pasa a ser un cantidad real y cancela al término ϵ_0 para un valor de la longitud de onda un poco mayor que la correspondiente al ángulo rasante [esta condición está indicada con una flecha en la figura 6.4(b)]. Esto da lugar al comportamiento resonante de $E_0(\mathbf{0})$. Nótese que a la longitud de onda resonante, $G_{00; \mathbf{0}}$ es un número imaginario puro y por tanto no puede ser cancelado, estableciendo así el máximo aumento de transmisión que es posible conseguir en este sistema. De forma convencional, este denominador resonante se puede asociar a la excitación de un modo de superficie que radía.

Es importante señalar aquí, que el modo de superficie mencionado aparece a través del acoplamiento con modos con polarización p , de forma similar a lo que sucede con los campos EM de plasmones de superficie en un metal real. Como consecuencia, estos modos se denominan habitualmente *spoof surface plasmons* y surgen cuando la superficie de un metal perfecto es corrugada periódicamente [Pendry04, García-Vidal05].

Los argumentos que acabamos de presentar se pueden extender fácilmente al caso de conjuntos de agujeros perforados en un lámina metálica (es decir, cuando el sistema tiene dos interfases). El efecto principal en ese caso es la presencia del término G_n^V , que ahora acopla los modos de superficie existentes en las dos caras de la lámina.

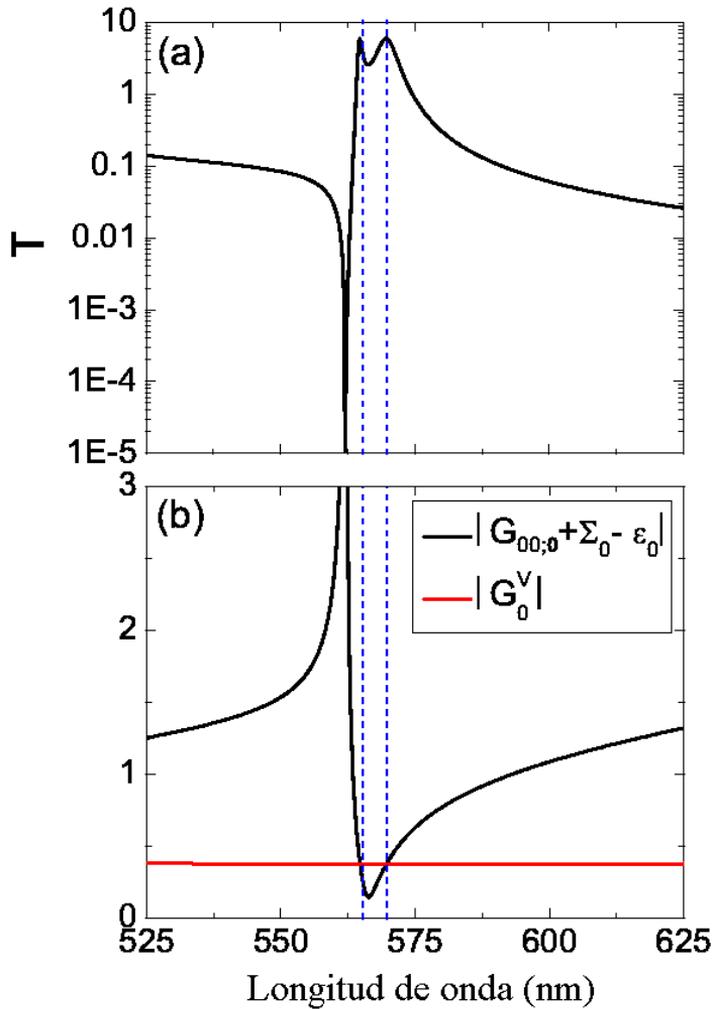


Figura 6.5: (a) Espectro de transmisión de una red cuadrada infinita de agujeros circulares. Los parámetros geométricos que definen la estructura son $a=130\text{nm}$, $h=170\text{nm}$ y $d=562\text{nm}$. (b) Dependencia con la longitud de onda de las diferentes magnitudes que definen las longitudes de onda resonantes del sistema.

Por tanto, dentro de la aproximación de considerar solo el modo TE_{11} ($n=0$) dentro de los agujeros, $E_0(\mathbf{0})$ y $E'_0(\mathbf{0})$ vienen dados ahora por

$$E_0(\mathbf{0}) = \frac{I_0 (G_{00} + \Sigma_0 - \epsilon_0)}{(G_{00} + \Sigma_0 - \epsilon_0)^2 - (G_0^V)^2} \quad (6.12)$$

$$E'_0(\mathbf{0}) = \frac{I_0 G_0^V}{(G_{00} + \Sigma_0 - \epsilon_0)^2 - (G_0^V)^2} \quad (6.13)$$

Así, como se demuestra en la figura 6.5, las condiciones que hemos descrito que determinan un valor pequeño de $E_0(\mathbf{0})$ [y ahora de $E'_0(\mathbf{0})$] corresponderán a mínimos pronunciados en el espectro de transmisión (las denominadas anomalías de Wood). Por otro lado, las condiciones en las que $E_0(\mathbf{0})$ y $E'_0(\mathbf{0})$ son máximos (asociadas al denominador resonante, $|G_{00} + \Sigma_0 - \epsilon_0| = |G_0^V|$), darán lugar a una transmisión de cero orden resonante. Para los parámetros geométricos que hemos escogido, existen dos longitudes de onda en las que la condición resonante es satisfecha (ver la figura 6.5). Como se discute en detalle en [Martín-Moreno01], estos dos picos corresponden a la excitación de dos modos EM de superficie, que son las combinaciones simétrica y antisimétrica de los dos modos de superficie presentes en las dos interfases que definen la lámina metálica.

Después de esta reformulación de los resultados correspondientes al caso de estructuras periódicas infinitas en términos del sistema de ecuaciones 6.4, consideremos ahora el caso de distribuciones finitas de agujeros (tanto para el caso ordenado como para el cuasiperiódico). Ahora el teorema de Bloch no se puede aplicar y en el espacio recíproco en lugar de tener una suma discreta sobre vectores \mathbf{K}_i , tenemos que considerar todo el espacio de las \mathbf{k} . Si como en el caso de sistemas periódicos infinitos sólo consideramos el modo TE_{11} , podemos escribir el sistema de ecuaciones para $E_0(\mathbf{0})$ y $E'_0(\mathbf{0})$ como

$$\begin{aligned} (G_{00;0} - \epsilon_0) E_0(\mathbf{0}) + \int' d\mathbf{k} G_{00;\mathbf{k}} S(-\mathbf{k}) E_0(\mathbf{k}) - G_0^V E'_0(\mathbf{0}) &= I_0(\mathbf{R} = 0) S(-\mathbf{k}_0) \\ (G_{00;0} - \epsilon_0) E'_0(\mathbf{0}) + \int' d\mathbf{k} G_{00;\mathbf{k}} S(-\mathbf{k}) E'_0(\mathbf{k}) - G_0^V E_0(\mathbf{0}) &= 0 \end{aligned} \quad (6.14)$$

donde \int' denota una integral que excluye $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ (es decir, es el límite de la integral en todo el espacio recíproco excluyendo un volumen infinitesimal alrededor de $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ cuando este límite tiende a 0).

Como podemos ver en el sistema de ecuaciones 6.14, en el caso de estructuras con un número finito de agujeros (es decir, cuando $S(\mathbf{k})$ se suaviza y ya no se puede escribir como una suma de deltas de Dirac) el acoplamiento EM de las

componentes de Fourier $E_0(\mathbf{k})$ [o equivalentemente $E'_0(\mathbf{k})$] a través de modos de difracción está determinado ahora por una integral en \mathbf{k} que involucra el producto $G_{00;\mathbf{k}} S(\mathbf{k})$. Como vimos en el caso de sistemas infinitos periódicos (donde el mencionado acoplamiento viene dado por Σ_0), la longitud de onda resonante del sistema se encuentra en el intervalo de longitudes de onda donde este acoplamiento varía rápidamente. De esta forma, teniendo en cuenta que la divergencia de $G_{00;\mathbf{k}}$ es integrable en $k_z=0$, cabe esperar que en el caso de sistemas finitos (incluyendo las configuraciones cuasiperiódicas) el campo en la superficie [es decir $E_0(\mathbf{0})$ y $E'_0(\mathbf{0})$] tenga un comportamiento resonante para longitudes de onda cercanas a los máximos del factor de estructura $S(\mathbf{k})$ en el espacio recíproco.

Así para el caso de una red de Penrose esperamos obtener transmisión resonante a longitudes de onda cercanas a las correspondientes a los vectores \mathbf{b}_1 ($\lambda_1=566$ nm) y \mathbf{b}_2 ($\lambda_2=483$ nm) definidos en la figura 6.2(d), lo que está en completo acuerdo con los picos de transmisión que se pueden observar en el espectro de la figura 6.3. Nótese que en el caso cuasiperiódico, no hay un vector de onda mínimo para la difracción (es decir, la transformada de Fourier en la figura 6.2(d) no es cero para vectores de onda cuyo módulo sea más pequeño que $|\mathbf{b}_1|$). Esto da lugar a difracción en modos propagantes en el vacío diferentes del modo de orden cero, lo que lleva a picos de transmisión resonante de magnitud menor que los que aparecen en el caso ordenado. Esto es también por lo que el sistema es más resonante cerca de λ_2 que de λ_1 . En este último caso, el orden de difracción correspondiente a \mathbf{b}_2 es propagante, y por tanto disminuye la vida media del campo EM en el canal resonante.

Ahora consideremos el caso de distribuciones cuasiperiódicas de agujeros en un metal real. Aunque en este caso hay que tener en cuenta el papel de los plasmones de superficie, los argumentos y las conclusiones obtenidas hasta ahora siguen siendo válidas. Para un metal real, la divergencia de $G_{mn;\mathbf{k}}$ no ocurre en los valores de \mathbf{k} tales que $k_z = 0$ (como ocurría en los conductores perfectos) sino para valores de \mathbf{k} que satisfagan la relación de dispersión de un plasmón de superficie. Esto explica por qué los mínimos en la transmisión a través de redes periódicas de agujeros ocurren a longitudes de onda que están determinadas por el plegamiento de las bandas de los plasmones de una superficie plana (sin

agujeros), con los picos resonantes localizados a longitudes de onda ligeramente mayores [Lalanne05].

Hasta aquí hemos considerado el caso de \mathbf{k}_0 correspondiente a un modo radiativo. Sin embargo, los mismos argumentos se pueden aplicar para analizar la posible existencia de modos de superficie no radiativos en sistemas periódicos y no periódicos. Para esto, podríamos iluminar el sistema con un onda evanescente con un vector de onda \mathbf{k}_{inc} . El argumento sería similar al del caso anterior, pero ahora reemplazando $G_{00;0}$ por $G_{00;\mathbf{k}_{inc}}$, que ahora sería un número real, ya que corresponde a una onda evanescente. Por tanto, en sistemas ordenados, Σ_0 podría cancelar el denominador que define $E_0(\mathbf{k}_{inc})$ dando lugar a una divergencia en $E_0(\mathbf{k}_{inc})$. Esto determina la existencia de modos de superficie no radiativos (*spoof plasmons*) en redes ordenadas de agujeros [Pendry04, García-Vidal05]. En el caso cuasiperiódico, el acoplamiento con modos de difracción con $|\mathbf{k}|$ pequeño evitará la existencia de modos de superficie no radiativos, pero cabe señalar que esperamos que estos *spoof plasmons* tengan unas pérdidas por radiación pequeñas (es decir, una longitud de propagación grande) a longitudes de onda ligeramente mayores que las correspondientes a $2\pi/|\mathbf{b}_1|$.

6.5. Transmisión por agujero

El hecho de que haya modos de superficie involucrados en los procesos de transmisión extraordinaria en sistemas cuasiperiódicos no significa que la transmisión por agujero sea uniforme. Esto se ilustra en la figura 6.6, donde se representa la transmisión por agujero en una red de Penrose de $N = 636$ agujeros a las dos longitudes de onda resonantes $\lambda = 500$ nm y $\lambda = 585$ nm en los paneles (c) y (d) de la figura 6.6, respectivamente.

Para comparar, en los paneles (a) y (b) de la figura 6.6 se muestran las correspondientes distribuciones para una red ordenada a la longitud de onda resonante ($\lambda = 575$ nm) para los casos en los que el conjunto de agujeros tiene una forma externa circular y cuadrada, respectivamente. En los cuatro casos representados en la figura 6.6, el campo eléctrico incidente apunta en la dirección x .

En el caso ordenado, la transmisión máxima se alcanza en el centro de la estructura. La explicación de este patrón de transmisión por agujero se basa

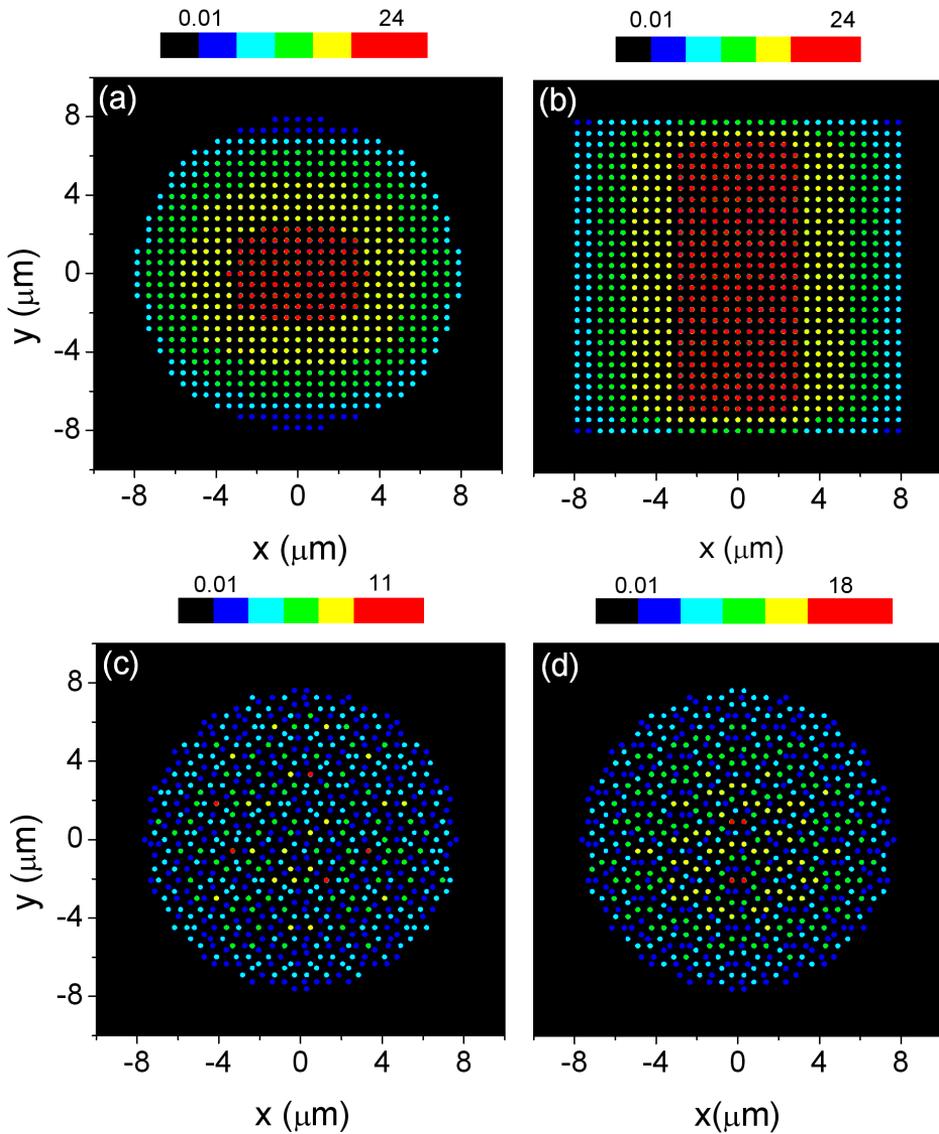


Figura 6.6: Transmisión por agujero (normalizada a la transmisión de un solo agujero) representada en escala de colores. Los paneles (a) y (b) corresponden a redes ordenadas con formas externas circulares y cuadradas, respectivamente. Ambos patrones han sido calculados a la longitud de onda resonante: $\lambda = 575$ nm. Los resultados de la red de Penrose a sus correspondientes longitudes de onda resonantes aparecen representadas en el panel (c) ($\lambda = 500$ nm) y en el panel (d) ($\lambda = 585$ nm). Los parámetros geométricos son los mismos que en la figura 6.2.

en el hecho de que la transmisión resonante a través de redes bidimensionales de agujeros se puede expresar como la transmisión de conjuntos de cadenas de agujeros (débilmente acopladas entre sí) en una dimensión y orientadas en la dirección del campo eléctrico incidente (ver detalles en la Sección 5.2). Como discutimos en el Capítulo anterior (ver Sección 5.5), debido a los efectos finitos, la transmisión por agujero es mayor en el centro de la cadena que en los bordes. Además la transmisión total a través de las cadenas aumenta con el número de agujeros. En el caso de una red con una forma externa cuadrada, todas las longitudes de las cadenas son iguales, lo que resulta en un patrón característico donde los efectos de borde son más importantes a lo largo de la dirección paralela al campo incidente que en la dirección perpendicular [ver figura 6.6(b)]. Cuando la forma externa es circular, el número de agujeros de cada cadena alineada en la dirección de campo incidente disminuye a medida que nos acercamos a la zona superior o inferior del círculo, y, por tanto, la transmisión por agujero alcanza sus valores máximos en la región central.

En el caso de distribuciones cuasiperiódicas, la transmisión por agujero presenta un patrón completamente diferente: estos patrones no son uniformes sino que aparecen determinadas posiciones (que denominaremos *hot-spots*) en los que la transmisión es muy grande. Cabe destacar que estos *hot-spots*, para una longitud de onda resonante determinada, muestran entornos locales similares. Para $\lambda=500\text{nm}$ [ver el panel 6.6(c)], las localizaciones con mayor transmisión ocurren para agujeros situados en el centro de un pentágono definido por sus vecinos más cercanos, mientras que para $\lambda=585\text{nm}$ [ver panel 6.6(d)] los *hot-spots* aparecen formando parte de un estructura tipo estadio.

Sin embargo, la existencia de estos *hot-spots* no significa que la transmisión extraordinaria en sistemas cuasiperiódicos esté dominada por configuraciones resonantes formadas por un conjuntos pequeños de agujeros. Para ilustrar esta propiedad, la figura 6.7 muestra la dependencia de la transmisión por agujero asociada a un *hot-spot* pentagonal ($\lambda=500\text{nm}$) en función del número de agujeros vecinos M que lo rodean, donde M aumenta de 5 a 55. En cada caso, el patrón de transmisión por agujero está calculado en la correspondiente longitud de onda resonante.

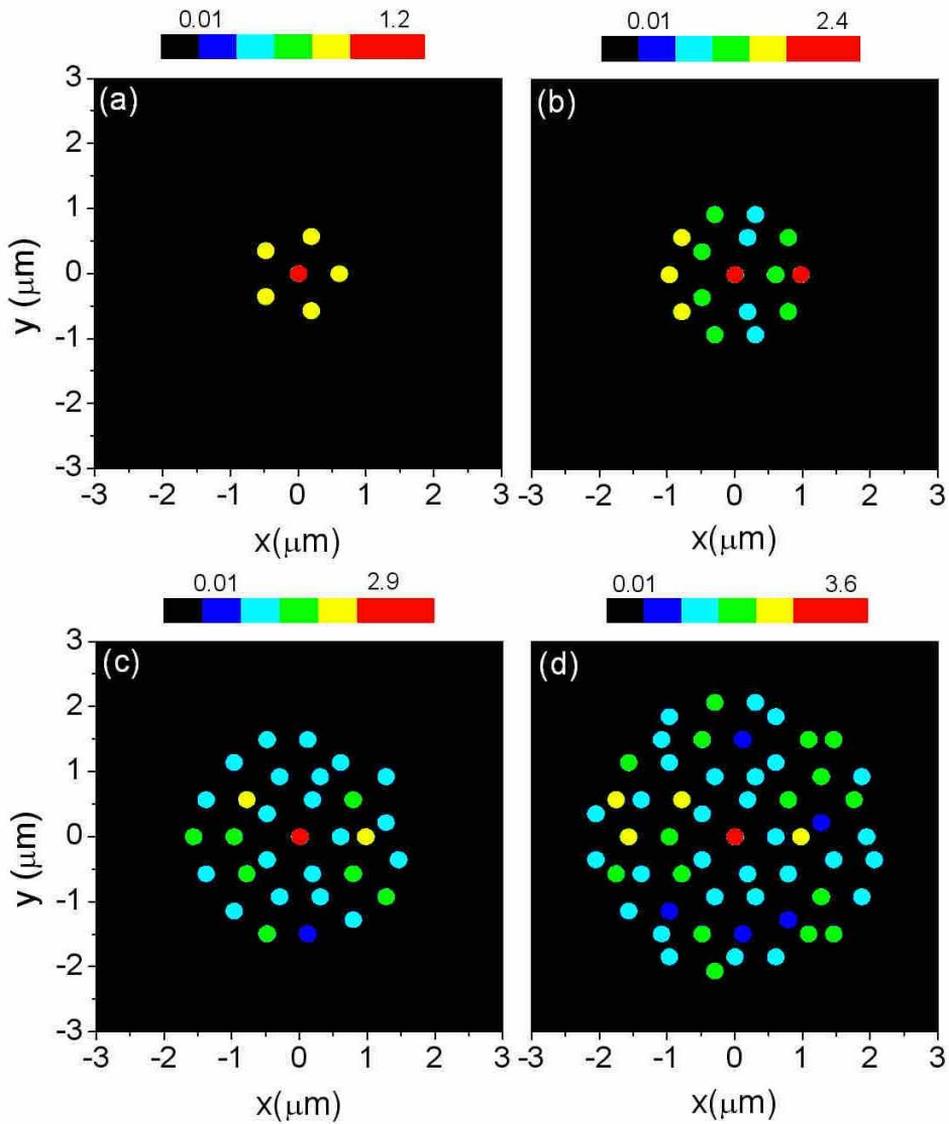


Figura 6.7: Transmisión por agujero (normalizada a la transmisión de un solo agujero) en resonancia correspondiente a cuatro configuraciones diferentes. El número de agujeros que rodean a una posición con mayor transmisión ($x=y=0$ en la figura) es 5, 15, 30 y 55 en los paneles (a), (b), (c) y (d), respectivamente. Los parámetros geométricos son los mismos que los de la figura 6.6.

Como se puede deducir de estos cálculos, la transmisión en el *hot-spot* aumenta a media que el número de agujeros vecinos aumenta (para $M=5$, esta transmisión es de 1.2, mientras que para $M=55$ es de aproximadamente 3.6). Resultados similares han sido obtenidos para el caso de hot spots en la configuración tipo estadio. Esto implica que los modos EM de superficie que son los responsables de la transmisión extraordinaria en distribuciones cuasiperiódicas de agujeros son muy deslocalizadas. Este punto se confirma por el hecho de que los picos resonantes que se observan en el espectro de transmisión de redes de Penrose finitas no saturan para valores pequeños de N (ver el *inset* de la derecha de la figura 6.3). Ambos resultados son consistentes con la interpretación de los procesos de transmisión extraordinaria en sistemas cuasiperiódicos en términos de la formación de modos EM de superficie.

6.6. Conclusiones

En conclusión, hemos analizado teóricamente la transmisión resonante de luz a través de distribuciones cuasiperiódicas de agujeros en una lámina metálica. Hemos demostrado que las propiedades resonantes que aparecen en el espectro de transmisión de este tipo de sistemas se puede explicar en términos de la formación de modos EM de superficie en las interfases de la lámina metálica. Además, hemos relacionado la formación de esos modos con el factor de estructura de las correspondientes distribuciones de agujeros, permitiendo explicar la aparición de transmisión extraordinaria en condiciones más generales. Finalmente, cabe destacar que para tratar el problema considerado hemos desarrollado un nuevo formalismo teórico que es adecuado para el cálculo de las propiedades EM de cualquier distribución no periódica de agujeros en una lámina metálica.

CAPÍTULO 7

Conclusiones generales

A lo largo de esta tesis hemos analizado las propiedades de transmisión resonante de diferentes tipos de estructuras formadas por un número finito de indentaciones en dos y tres dimensiones. Para ello, hemos utilizado un formalismo basado en la expansión modal de los campos electromagnéticos, lo que nos ha permitido realizar un tratamiento eficiente de las estructuras analizadas. Mediante este marco teórico hemos obtenido información acerca de los mecanismos físicos que dan lugar a la transmisión extraordinaria de luz a través de láminas metálicas nanoestructuradas. Finalizaremos esta memoria con la enumeración de la principales conclusiones de nuestra investigación:

- La transmisión a través de una ranura aislada de anchura mucho menor que la longitud de onda presenta resonancias de transmisión asociadas a la excitación de los modos guiados dentro de la ranura. Estudiando como cambia el espectro de transmisión de este sistema a medida que aumentamos la anchura de la ranura, hemos encontrado la existencia de rápidas oscilaciones de la transmisión cerca de la longitud de onda en la que cada modo dentro de la ranura pasa de evanescente a propagante.

- Se ha demostrado la existencia de propiedades demultiplexoras en un sistema formado por una ranura rodeada asimétricamente (a izquierda y derecha) por conjuntos finitos de canales. Estas propiedades nos han permitido optimizar la estructura para que transmita luz de dos longitudes de onda diferentes en forma de dos haces muy estrechos con direcciones bien definidas.
- Una cadena lineal de agujeros puede ser considerada como la unidad básica que gobierna los fenómenos de transmisión extraordinaria de luz. Así, una red bidimensional de aperturas se puede ver como un conjunto de cadenas lineales débilmente acopladas electromagnéticamente entre sí.
- La evolución con el número de agujeros de la transmisión a través de una red periódica finita de aperturas depende fuertemente del cociente en el tamaño de los agujeros y la periodicidad del sistema. Estos efectos asociados al tamaño finito son claves para entender la magnitud del valor máximo de transmisión que se encuentra en los experimentos de transmisión extraordinaria.
- La emisión de luz a través de una red finita de agujeros en una lámina metálica no es uniforme y presenta una gran dependencia con el ángulo de la luz incidente. Ambas características pueden ser explicadas en términos de la interferencia de los modos de electromagnéticos de superficie responsables de la transmisión extraordinaria en el sistema estudiado.
- El orden de largo alcance es suficiente para observar transmisión extraordinaria a través de un conjunto de aperturas mucho menores que la longitud de onda. Este hecho se demuestra por la aparición de transmisión resonante de luz en una distribución cuasiperiódica de agujeros. Esta propiedad puede ser explicada en términos de estados electromagnéticos de superficie, de forma similar a lo que sucede en el caso de estructuras periódicas. Además, hemos demostrado la existencia de posiciones especiales dentro de la red cuasiperiódica donde los agujeros presentan una transmisión mucho mayor que en el resto de la estructura.

APÉNDICE A

Modos propios de aperturas circulares

En este Apéndice daremos las expresiones de los modos guía de onda correspondientes a una apertura circular de sección constante (de radio a) realizada en un conductor perfecto. Estos modos están etiquetados por medio de 4 índices enteros: s , n , m , y l . El primero (s) define la polarización del modo, siendo $s = 1$ para modos TE y $s = 2$ para modos TM. Los índices n y m determinan la frecuencia propia del modo. El índice l distingue los modos que tienen una componente azimutal nula del campo eléctrico transversal \mathbf{E}_t para $\theta = 0, \pi$ (modos horizontales) de los modos que tienen una componente radial de \mathbf{E}_t nula a lo largo de ese mismo diámetro (modos verticales).

Las expresiones de \mathbf{E}_t correspondientes a los modos orientados horizontalmente son las siguientes

- Para modos TE

$$\mathbf{E}_t(\rho, \theta) = g_{nm} \left[\frac{na}{\gamma'_{nm}\rho} J_n\left(\frac{\gamma'_{nm}\rho}{a}\right) \cos(n\theta) \hat{\rho} - J'_n\left(\frac{\gamma'_{nm}\rho}{a}\right) \sin(n\theta) \hat{\theta} \right] \quad (\text{A.1})$$

- Para modos TM

$$\mathbf{E}_t(\rho, \theta) = h_{nm} \left[J'_n\left(\frac{\gamma_{nm}\rho}{a}\right) \cos(n\theta) \hat{\rho} - \frac{na}{\gamma_{nm}\rho} J_n\left(\frac{\gamma_{nm}\rho}{a}\right) \sin(n\theta) \hat{\theta} \right] \quad (\text{A.2})$$

donde $\hat{\rho}$ y $\hat{\theta}$ son los vectores unitarios en las direcciones radial y polar, respectivamente. γ_{nm} y γ'_{nm} son los m -ésimos ceros no triviales de la función de Bessel J_n y su derivada J'_n , respectivamente. Los factores de normalización g_{nm} y h_{nm} vienen dados por

$$g_{nm} = \left(\frac{\epsilon_n}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\gamma'_{nm}}{a J_n(\gamma'_{nm}(\gamma'^2_{nm} - n^2)^{1/2})} \quad (\text{A.3})$$

y

$$h_{nm} = \left(\frac{\epsilon_n}{\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{a J_{n-1}(\gamma_{nm})} \quad (\text{A.4})$$

Los modos orientados verticalmente están definidos por

- Para modos TE

$$\mathbf{E}_t(\rho, \theta) = g_{nm} \left[\frac{na}{\gamma'_{nm}\rho} J_n\left(\frac{\gamma'_{nm}\rho}{a}\right) \sin(n\theta) \hat{\rho} + J'_n\left(\frac{\gamma'_{nm}\rho}{a}\right) \cos(n\theta) \hat{\theta} \right] \quad (\text{A.5})$$

- Para modos TM

$$\mathbf{E}_t(\rho, \theta) = h_{nm} \left[J'_n\left(\frac{\gamma_{nm}\rho}{a}\right) \sin(n\theta) \hat{\rho} + \frac{na}{\gamma_{nm}\rho} J_n\left(\frac{\gamma_{nm}\rho}{a}\right) \cos(n\theta) \hat{\theta} \right] \quad (\text{A.6})$$

Nótese que los factores de normalización g_{nm} y h_{nm} están escogidos de forma que los modos cuyas expresiones acabamos de escribir constituyen un conjunto ortonormal en la apertura considerada.

APÉNDICE B

Integrales de solape entre ondas planas y modos propios de aperturas circulares

Como ya mencionamos en el Capítulo 2, para el caso de agujeros circulares, las integrales de solape $I_{\mathbf{k}\sigma,\alpha}$ se pueden hacer de forma analítica [Amitay68]. El índice α que define cada *objeto* (es decir cada modo dentro de cada apertura) en nuestro formalismo se puede escribir en forma extendida como $\alpha = (\mathbf{R}, s, n, m, l)$ donde el vector \mathbf{R} denota la posición de la apertura considerada y los índices s, n, m, l tienen la misma definición que en el Apéndice A. Si definimos $\hat{I}_{snml\sigma}(q_x, q_y) = I_{\mathbf{k}\sigma,\alpha}(\mathbf{R} = \mathbf{0})$ (siendo $q_x = k_x/k_0$ y $q_y = k_y/k_0$), podemos escribir

$$\hat{I}_{1nm11} = \sqrt{\frac{\epsilon_n}{\pi}} \frac{(-i)^{n-1} k_0 a \cos[n\theta'(q_x, q_y)] J'_n(q_{\parallel} k_0 a)}{(\gamma'_{nm}{}^2 - n^2)^{1/2} [1 - (q_{\parallel} k_0 a / \gamma'_{nm})^2]} \quad (\text{B.1})$$

$$\hat{I}_{1nm21} = -\tan[n\theta'(q_x, q_y)] \hat{I}_{1nm11}(q_x, q_y) \quad (\text{B.2})$$

$$\hat{I}_{1nm12} = \sqrt{\frac{\epsilon_n}{\pi}} \frac{(-i)^{n-1} n \sin[n\theta'(q_x, q_y)] J_n(q_{\parallel} k_0 a)}{(\gamma_{nm}'^2 - n^2)^{1/2} q_{\parallel}} \quad (\text{B.3})$$

$$\hat{I}_{1nm22} = \cotan[n\theta'(q_x, q_y)] \hat{I}_{1nm12}(q_x, q_y) \quad (\text{B.4})$$

$$\hat{I}_{2nml1} = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$\hat{I}_{2nm12} = \sqrt{\frac{\epsilon_n}{\pi}} \frac{(-i)^{n-1} \cos[n\theta'(q_x, q_y)] q_{\parallel} J_n(q_{\parallel} k_0 a)}{q_{\parallel}^2 - (\gamma_{nm}')^2 / (k_0 a)^2} \quad (\text{B.6})$$

$$\hat{I}_{2nm22} = \tan[n\theta'(q_x, q_y)] \hat{I}_{2nm12}(q_x, q_y) \quad (\text{B.7})$$

donde hemos definido $q_{\parallel} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$ y $\tan[\theta'(q_x, q_y)] = q_y/q_x$.

Las expresiones que acabamos de dar corresponden a un caso general de (q_x, q_y) . Es también de utilidad dentro de nuestro formalismo (por ejemplo para el cálculo del término de iluminación en el caso de incidencia normal) el límite de estos solapes cuando $q_x \rightarrow 0$ y $q_y \rightarrow 0$

$$\hat{I}_{1nm11}(q_x \rightarrow 0, q_y \rightarrow 0) = \sqrt{\frac{\epsilon_n}{\pi}} \frac{(-i)^{n-1} k_0 a}{2(\gamma_{nm}'^2 - n^2)^{1/2}} \quad (\text{B.8})$$

$$\hat{I}_{1nm21}(q_x \rightarrow 0, q_y \rightarrow 0) = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$\hat{I}_{1nm12}(q_x \rightarrow 0, q_y \rightarrow 0) = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$\hat{I}_{1nm22}(q_x \rightarrow 0, q_y \rightarrow 0) = \sqrt{\frac{\epsilon_n}{\pi}} \frac{(-i)^{n-1} n k_0 a}{2(\gamma_{nm}'^2 - n^2)^{1/2}} \quad (\text{B.11})$$

$$\hat{I}_{2nml1}(q_x \rightarrow 0, q_y \rightarrow 0) = 0 \quad (\text{B.12})$$

$$\hat{I}_{2nm12}(q_x \rightarrow 0, q_y \rightarrow 0) = 0 \quad (\text{B.13})$$

$$\hat{I}_{2nm22}(q_x \rightarrow 0, q_y \rightarrow 0) = 0 \quad (\text{B.14})$$

Lista de Publicaciones

Publicaciones relacionadas con el contenido de la tesis

- J. Bravo-Abad, F.J. García-Vidal, L. Martín-Moreno, “*Transmission of light through quasiperiodic arrays of subwavelength holes*”. Enviado a Physical Review B (2006).
- J. Bravo-Abad, L. Martín-Moreno, F.J. García-Vidal, “*Resonant transmission of light through subwavelength holes in thick metal films*”. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics (Invited paper), en prensa (2006).
- F.J. García-Vidal, F. López-Tejeira, J. Bravo-Abad, L. Martín-Moreno. “*Theory of light transmission through periodically structured nano-apertures*”. Capítulo 6 del libro *Surface Plasmon Nanophotonics*, Eds. M.L. Brongersma and P.G. Kik, Springer (Berlín, 2006).
- L. Martín-Moreno, J. Bravo-Abad, F. López-Tejeira, F.J. García-Vidal, “*Theory of optical transmission through arrays of subwavelength apertures*”. Capítulo 2 del libro *Nanoplasmonics, from Fundamentals to Applications*, S. Kawata and H. Masuhara Eds., pp. 15-29, Elsevier (Amsterdam, 2006).
- J. Bravo-Abad, A. Degiron, F. Przybilla, C. Genet, F.J. García-Vidal, L. Martín-Moreno, T.W. Ebbesen, “*How light emerges from a finite arrays of subwavelength holes*”. Nature Physics **2**, pp. 120-123 (2006).

- J. Bravo-Abad, F.J. García-Vidal, L. Martín-Moreno, “*Extraordinary transmission of light through finite arrays of subwavelength holes*”. Proceedings of SPIE Int. Soc. Opt. Eng. **5927**, pp. 592719:1-9 (2005).
- M. Beruete, M. Sorolla, I. Campillo, J.S. Dolado, L. Martín-Moreno, J. Bravo-Abad, F.J. García-Vidal, “*Enhanced millimeter wave transmission through quasioptical subwavelength perforated plates*”. IEEE Transactions on Antennas and Propagation **53**, pp. 1897-1903 (2005).
- J. Bravo-Abad, F.J. García-Vidal, L. Martín-Moreno, “*Resonant transmission of light through a linear chain of subwavelength holes*”. Physical Review Letters **93**, pp. 227401:1-4 (2004).
- M. Beruete, M. Sorolla, I. Campillo, J.S. Dolado, L. Martín-Moreno, J. Bravo-Abad, F.J. García-Vidal, “*Enhanced millimeter wave transmission through subwavelength hole arrays*”. Optics Letters **29**, pp. 2500-2502 (2004).
- J. Bravo-Abad, L. Martín-Moreno, F.J. García-Vidal. “*Transmission properties of a single metallic slit: From the subwavelength regime to the geometrical-optics limit*”, Physical Review E **69**, pp. 26601:1-7 (2004).
- J. Bravo-Abad, F.J. García-Vidal, L. Martín-Moreno. “*Wavelength demultiplexing properties of a single aperture flanked by periodic arrays of indentations*”, Photonics and Nanostructures **1**, pp. 55-62 (2003).

Otras publicaciones

- J. Bravo-Abad, M. Ibanescu, J.D. Joannopoulos, Marin Soljacic, “*Photonic crystal optical waveguides for on-chip Bose-Einstein condensates*”. Physical Review A, en prensa (2006).
- L. Sanchis, A. Hakansson, D. López-Zanón, J. Bravo-Abad, J. Sánchez-Dehesa, “*Integrated optical devices design by genetic algorithm*”. Applied Physics Letters **84**, pp. 4460-4462 (2004).
- J. Bravo-Abad, T. Ochiai, J. Sánchez-Dehesa. “*Anomalous refractive properties of a two-dimensional photonic band-gap prism*”. Physical Review B **67**, pp. 115116:1-10 (2003).

Referencias

- [Akarca-Biyikli04] S. S. Akarca-Biyikli, I. Bulu, and E. Ozbay, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 1098 (2004).
- [Amitay68] N. Amitay and V. Galindo, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **16**, 265 (1968).
- [Baba02] T. Baba and M. Nakamura, *IEEE J. Quant. Electron.* **38**, 38 (2002).
- [Barnes04] W. L. Barnes, W. A. Murray, J. Dintinger, E. Devaux, and T. W. Ebbesen, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 107401 (2004).
- [Bell95] P. M. Bell, J. B. Pendry, L. Martín-Moreno, and A. J. Ward, *Comp. Phys. Comm.* **85**, 306 (1995).
- [Beruete04] M. Beruete, M. Sorolla, I. Campillo, J. S. Dolado, L. Martín-Moreno, J. Bravo-Abad, and F. J. García-Vidal, *Opt. Lett.* **29**, 2500 (2004).
- [Bethe44] H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **66**, 163 (1944).
- [Born99] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1999).
- [Brolo04] A. G. Brolo, R. Gordon, B. Leathem, and K. L. Kavanagh, *Langmuir* **20**, 4813 (2004).

- [Cadien05] K. C. Cadien, M. R. Reshotko, B. A. Block, A. M. Bowen, D. L. Kencke, and P. Davids, *Proceedings of SPIE* **5730**, 133 (2005).
- [Cao02] Q. Cao and P. Lalanne, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 57403 (2002).
- [Cao04] H. Cao and A. Nahata, *Opt. Express* **12**, 1004 (2004).
- [Chow93] L. Chow and K. H. Guenther, *J. Opt. Soc. Am. A* **10**, 2231 (1993).
- [Collin01] S. Collin, F. Pardo, R. Teissier, and J. L. Pelouard, *Phys. Rev. B* **63**, 33107 (2001).
- [deAbajo02] F. J. G. de Abajo, *Opt. Express* **10**, 1475 (2002).
- [deAbajo05] F. J. G. de Abajo and J. J. Sáenz, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 233901 (2005).
- [Derigon04] A. Derigon, H. J. Lezec, N. Yamamoto, and T. W. Ebbesen, *Opt. Comm.* **239**, 61 (2004).
- [Ebbesen98] T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, H. F. Ghaemi, T. Thio, and P. A. Wolff, *Nature* **391**, 667 (1998).
- [Fleischmann74] M. Fleischmann, P. J. Hendra, and A. J. McQuillan, *Chem. Phys. Lett.* **26**, 163 (1974).
- [García-Vidal02] F. J. García-Vidal and L. Martín-Moreno, *Phys. Rev. B* **66**, 155412 (2002).
- [García-Vidal05] F. J. García-Vidal, L. Martín-Moreno, and J. B. Pendry, *J. Opt. A* **7**, 97 (2005).
- [García-Vidal03a] F. J. García-Vidal, H. J. Lezec, T. W. Ebbesen, and L. Martín-Moreno, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 213901 (2003).
- [García-Vidal03b] F. J. García-Vidal, L. Martín-Moreno, H. J. Lezec, and T. W. Ebbesen, *Appl. Phys. Lett.* **83**, 4500 (2003).

- [Genet03] C. Genet, M. P. van Exter, and J. P. Woerdman, *Opt. Comm.* **225**, 331 (2003).
- [Gordon04] R. Gordon, A. G. Brolo, A. McKinnon, A. Rajora, B. Leathem, and K. L. Kavanagh, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 037401 (2004).
- [Gordon05] R. Gordon and A. Brolo, *Opt. Express* **13**, 1933 (2005).
- [Grupp99] D. E. Grupp, H. J. Lezec, T. Thio, and T. W. Ebbesen, *Adv. Mater.* **11**, 860 (1999).
- [Hibbins02] A. P. Hibbins, J. R. Sambles, and C. R. Lawrence, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 4661 (2002).
- [Hibbins05] A. P. Hibbins, B. R. Evans, and J. R. Sambles, *Science* **308**, 670 (2005).
- [Hill77] N. R. Hill and V. Celli, *Phys. Rev. B* **17**, 2478 (1977).
- [Ingersent90] K. Ingersent and P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2034 (1990).
- [Ishi05] T. Ishi, J. Fujikata, K. Makita, T. Baba, and K. Ohashi, *Jpn J. Appl. Phys.* **44**, L364 (2005).
- [Jackson99] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics, 3rd Edition*, Wiley, New York (1999).
- [Joannopoulos95] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*, Princeton Univ. Press, Princeton (1995).
- [Keilmann81] F. Keilmann, *Int. Journal of Infrared and Millimeter Waves* **2**, 259 (1981).
- [Koerkamp04] K. J. Koerkamp, S. Enoch, F. B. Segerik, N. F. van Hulst, and L. Kuipers, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 183901 (2004).
- [Kosaka98] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami, *Phys. Rev. B* **58**, R10096 (1998).

- [Kramper04] P. Kramper, M. Agio, C. M. Soukoulis, A. Birner, F. Muller, R. B. Wehrspohn, U. Gosele, and V. Sandoghdar, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 113903 (2004).
- [Lalanne05] P. Lalanne, J. C. Rodier, and J. P. Hugonin, *J. Opt. A.* **8**, 422 (2005).
- [Levine86] D. Levine and P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. B* **34**, 596 (1986).
- [Lezec02] H. J. Lezec, A. Degiron, E. Devaux, R. A. Linke, L. Martín-Moreno, F. J. García-Vidal, and T. W. Ebbesen, *Science* **297**, 820 (2002).
- [López-Ríos84] T. López-Ríos and A. Wirgin, *Solid State Commun.* **52**, 197 (1984).
- [López-Ríos98] T. López-Ríos, D. Mendoza, F. J. García-Vidal, J. Sánchez-Dehesa, and B. Pannetier, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 665 (1998).
- [Luo04] X. Luo and T. Ishihara, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 4780 (2004).
- [Martín-Moreno03] L. Martín-Moreno, F. J. García-Vidal, H. J. Lezec, A. Degiron, and T. W. Ebbesen, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 167401 (2003).
- [Martín-Moreno01] L. Martín-Moreno, F. J. García-Vidal, H. J. Lezec, K. M. Pellerin, T. Thio, J. B. Pendry, and T. W. Ebbesen, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1114 (2001).
- [Martín-Moreno04] L. Martín-Moreno and F. J. García-Vidal, *Opt. Express* **12**, 3619 (2004).
- [Maystre82] D. Maystre, *Electromagnetic Surface Modes*, Wiley, New York (1982).
- [Miyamaru04] F. Miyamaru and M. Hangyo, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 2742 (2004).
- [Moreno02] E. Moreno, D. Erni, and C. Hafner, *Phys. Rev. B* **65**, 155120 (2002).

- [Moreno04] E. Moreno, F. J. García-Vidal, and L. Martín-Moreno, *Phys. Rev. B* **69**, 121402 (R) (2004).
- [Moreno05] E. Moreno, A. I. Fernández-Domínguez, J. I. Cirac, F. J. García-Vidal, and L. Martín-Moreno, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170406 (2005).
- [Morse53] P. M. Morse and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, McGraw-Hill, New York (1953).
- [Muller03] R. Muller, V. Malyarchuk, and C. Lienau, *Phys. Rev. B* **68**, 205415 (2003).
- [Nahata03] Nahata, R. A. Linke, T. Ishi, and K. Ohashi, *Opt. Lett.* **28**, 423 (2003).
- [Negro03] L. D. Negro, C. J. Oton, Z. Gaburro, L. Pavesi, P. Johnson, A. Lagendijk, R. Righini, M. Colocci, and D. S. Wiersma, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 55501 (2003).
- [Noda00] Noda, A. Chutinan, and M. Imada, *Nature* **407**, 608 (2000).
- [Notomi04] Notomi, H. Suzuki, T. Tamamura, and K. Edagawa, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 123906 (2004).
- [Park04] Y. B. Park and H. J. Eom, *IEEE Trans. Antennas and Propagation* **52**, 1049 (2004).
- [Pendry04] J. B. Pendry, L. Martín-Moreno, and F. J. García-Vidal, *Science* **305**, 847 (2004).
- [Petit80] R. Petit, *Electromagnetic theory of gratings*, Springer-Verlag, Berlin (1980).
- [Popov00] E. Popov, M.Ñeviere, S. Enoch, and R. Reinisch, *Phys. Rev. B* **62**, 16100 (2000).
- [Porto99] J. A. Porto, F. J. García-Vidal, and J. B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2845 (1999).

- [Porto04] J. A. Porto, L. Martín-Moreno, and F. J. García-Vidal, *Phys. Rev. B* **70**, 81402(R) (2004).
- [Przybilla06] F. Przybilla, C. Genet, and T. W. Ebbesen, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 121115 (2006).
- [Qu04] D. Qu, D. Grischkowsky, and W. Zhang, *Opt. Lett.* **29**, 896 (2004).
- [Rabson91] D. A. Rabson, N. D. Mermin, D. S. Rokhsar, and D. C. Wright, *Rev. Mod. Phys.* **63**, 699 (1991).
- [Raether88] H. Raether, *Surface Plasmons*, Springer, Berlin (1988).
- [Rayleigh07] L. Rayleigh, *Philos. Mag.* **14**, 70 (1907).
- [Rhoads82] C. M. Rhoads, E. K. Damon, and B. A. Munk, *Appl. Opt.* **21**, 2814 (1982).
- [Rivas03] J. G. Rivas, C. Schotsch, P. H. Bolivar, and H. Kurz, *Phys. Rev. B* **68**, 201306 (2003).
- [Roberts87] A. Roberts, *J. Opt. Soc. Am. A* **4**, 1970 (1987).
- [Salomon01] L. Salomon, F. D. Grillot, A. V. Zayats, and F. de Fornel, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1110 (2001).
- [Sarrazin03] M. Sarrazin, J. P. Vigneron, and J. M. Vigoureux, *Phys. Rev. B* **67**, 085415 (2003).
- [Sarrazin05] M. Sarrazin and J. P. Vigneron, *Phys. Rev. B* **71**, 75404 (2005).
- [Schouten03] H. F. Schouten, T. D. Visser, D. Lenstra, and H. Blok, *Phys. Rev. E* **67**, 36608 (2003).
- [Schouten05] H. F. Schouten, N. Kuzmin, G. Dubois, T. D. Visser, G. Gbur, P. F. A. Alkemade, H. Blok, G. W. Hooft, D. Lenstra, and E. R. Eliel, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 053901 (2005).

- [Schroter98] U. Schroter and D. Heitmann, Phys. Rev. B **58**, 15419 (1998).
- [Shechtman84] D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias, and J. W. Cahn, Phys. Rev. Lett. **53**, 1951 (1984).
- [Sheng82] P. Sheng, R. S. Stepleman, and P.Ñ. Sanda, Phys. Rev. B **26**, 2907 (1982).
- [Shinada03] S. Shinada, J. Hasijume, and F. Koyama, Appl. Phys. Lett. **83**, 836 (2003).
- [Srituravanich04] W. Srituravanich, N. Fang, C. Sun, Q. Luo, and X. Zhang, Nano Letters **4**, 1085 (2004).
- [Sun06] M. Sun, J. Tian, Z. Y. Li, B. Y. Cheng, D. Z. Zhang, A. Z. Jin, and H. F. Yang, Chin. Phys. Lett. **23**, 486 (2006).
- [Taflove00] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, Boston (2000).
- [Takakura01] Y. Takakura, Phys. Rev. Lett. **86**, 5601 (2001).
- [Thio01] T. Thio, K. M. Pellerin, R. A. Linke, H. J. Lezec, and T. W. Ebbesen, Opt. Lett. **26**, 1972 (2001).
- [Topolancik03] J. Topolancik, P. Bhattacharya, J. Sabarinathan, and P. C. Yu, Appl. Phys. Lett. **82**, 1143 (2003).
- [Treacy99] M. M. J. Treacy, Appl. Phys. Lett. **75**, 606 (1999).
- [Ulrich67] R. Ulrich, Infrared Physics **7**, 37 (1967).
- [Villa05] A. D. Villa, S. Enoch, G. Tayeb, V. Pierro, V. Galdi, and F. Capolino, Phys. Rev. Lett. **94**, 183903 (2005).
- [Weeber01] J. C. Weeber, J. R. Kreen, A. Dereux, B. Lamprecht, Y. Lacroute, and J. P. Goudonnet, Phys. Rev. B **64**, 045411 (2001).

- [Williams04] S. M. Williams, K. R. Rodríguez, S. Teeters-Kennedy, A. D. Stafford, S. R. Bishop, U. K. Lincoln, and J. V. Coe, *J. Phys. Chem. B* **108**, 11833 (2004).
- [Wirgin84] A. Wirgin and T. López-Ríos, *Opt. Comm.* **48**, 416 (1984).
- [Wirgin85] A. Wirgin and A. A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **31**, 5573 (1985).
- [Wirgin86] A. Wirgin and A. A. Maradudin, *Prog. Surf. Sci.* **22**, 1 (1986).
- [Wood02] R. W. Wood, *Philos. Mag.* **4**, 396 (1902).
- [Yang02a] F. Yang and J. R. Sambles, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 63901 (2002).
- [Yang02b] F. Yang and J. R. Sambles, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 2047 (2002).
- [Yang02c] F. Yang and J. R. Sambles, *J. Phys. D* **35**, 3049 (2002).
- [Ye04] Y. H. Ye and J. Y. Zhang, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 2977 (2004).