Grado de Física. Computación I. Curso 2015-16

Control 1 (30-10-2015; 10:00 a 14:00). Modelo Z

Instrucciones:

Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*).

El 'asunto' del correo debe ser: 'Computación I, Control 1: Subgrupo GGGG

Comprueba que envías en el correo electrónico <u>todas las soluciones del control y todos los programas necesarios para poder ejecutarlos</u>.

Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo has recibido correctamente antes de abandonar el aula.

Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web de la asignatura.

Recuerda que todos los gráficos deben mostrar e identificar claramente en los ejes las magnitudes que representan y las unidades utilizadas.

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 15% de la asignatura.

Ejercicio 1. Se tiene una masa *m* unida a un muelle y sumergida en un fluido. Las fuerzas que actúan sobre la masa son la de recuperación del resorte $F_{elas}=-k{\cdot}x$ y a la fuerza de rozamiento con el fluido $F_{roz}=-c{\cdot}v$ (donde k es la constante elástica del muelle y c la constante de rozamiento). Por tanto la ecuación de fuerza $\sum_i F_i = m{\cdot}a$ que gobierna el movimiento de la masa será (ecuación de un oscilador armónico amortiguado):

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + c\frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = 0$$

Las energías asociadas a este sistema serán:

· la cinética de la masa $T = \frac{1}{2}\, m\, v^2$,

· la potencial elástica del resorte $U_{elas} = \frac{1}{2}\, k \cdot x^2$,

· el trabajo de la fuerza de rozamiento $W_{roz} = \int_C F_{roz}\, dx = -c\int_C v\, dx = -c\int_{t_{ini}}^{t_{fin}} v^2\, dt$.

Para condiciones iniciales de $x(t=0)=x_0$ y $v(t=0)=0$ (el objeto esta inicialmente parado en la posición x_0), la solución exacta de la posición de la masa en función del tiempo es:

$$x(t) = \frac{x_0}{\sqrt{1-\zeta^2}}\, e^{-\gamma t}\cos\left(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_0 t - \varphi\right)$$

donde

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \gamma = \frac{c}{2m}$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \qquad \varphi = \arccos\left(\sqrt{1-\zeta^2}\right)$$

1.A. Crear una función "`dho_position.m`" que calcule (sin mostrar los cálculos en la ventana de comandos) la posición de la masa en función de los parámetros del sistema para un vector de tiempos dado; ejemplo de uso:

```
[pos]=dho_position(m, c, k, x0, t)
```

donde `pos` es $x(t)$ de la expresión anterior, `m` es la masa m, `c` es la constante de rozamiento c, `k` es la constante elástica k, `x0` es la posición inicial x_0 y `t` es un vector que contiene los tiempos t en los que se calculará la posición. **(1.0 pts)**

Escribir un script de nombre "`Control1_1.m`" que haga lo siguiente:

1.B. Dibujar $x(t)$ en el intervalo $[0, t_{end}]$. **(1.0 pts)**

1.C. Calcular la velocidad y la aceleración de la masa en el intervalo $[0, t_{end}]$ realizando derivadas numéricas. Dibujar $v(t)$ y $a(t)$ para ese intervalo de tiempo en dos gráficos diferentes. **(1.5 pts)**

1.D. Calcular el trabajo de rozamiento que se produce en el intervalo $[0, t_{end}]$ realizando una integral numérica. Dibujar $W_{roz}(t)$ para ese intervalo de tiempo. **(1.0 pts)**

1.E. Dibuja en una figura nueva las energías del sistema muelle-masa (cinética T, potencial U_{elas} y total $E=T+U_{elas}$) para el intervalo de tiempo $[0, t_{end}]$ como lineas continuas de diferentes colores. Dibujar también la energía inicial del sistema más el trabajo realizado por el rozamiento E_0+W_{roz} ($E_0=E(t=0)$), pero no usando todos los datos calculados sino solamente 1 de cada 10 y representando estos como círculos en el gráfico. Identificar claramente cada una de las curvas del gráfico. **(1.5 pts)**

Datos para la resolución : m=1.4 kg, k=6.5 N/m, c=0.8 kg/s, x_0=2.8 m, t_{end}=18 s.

Ejercicio 2. La suma $f(L)=\sum_{l=0}^{L}\frac{(-1)^l}{2l+1}$ tiende al valor $\frac{\pi}{4}$ cuando $L\to\infty$ (formula de Leibniz).

Escribir un script de nombre "`Control1_2.m`" que evalúe y dibuje $f(L)$ y muestre que converge a $\pi/4$ según aumenta L. **(2.0 pts)**

Ejercicio 3. Considérese las siguientes sucesiones recursivas:

$$a_i = mod(a_{i-1}\, a_{i-2}\,,\, n)$$

$$b_i = \begin{cases} mod(b_{i-1}\, b_{i-2}\,,\, m), & b_{i-1} \text{ es impar} \\ mod((b_{i-1}-1)\, b_{i-2}\,,\, m), & b_{i-1} \text{ es par} \end{cases}$$

Crear un script de nombre "`Contol1_3.m`" que genere los primer 1000 términos de cada serie; que represente en un gráfico en función del indice i los términos de la sucesión b_i ; que en un gráfica diferente represente los términos de ambas sucesiones comprendidos entre $i\in[950, 1000]$.

Datos para la resolución : n=15, m=31, a_1=7, a_2=9, b_1=2, b_2=5 .**(2.0 pts)**