

## DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE ADIABÁTICO DEL AIRE

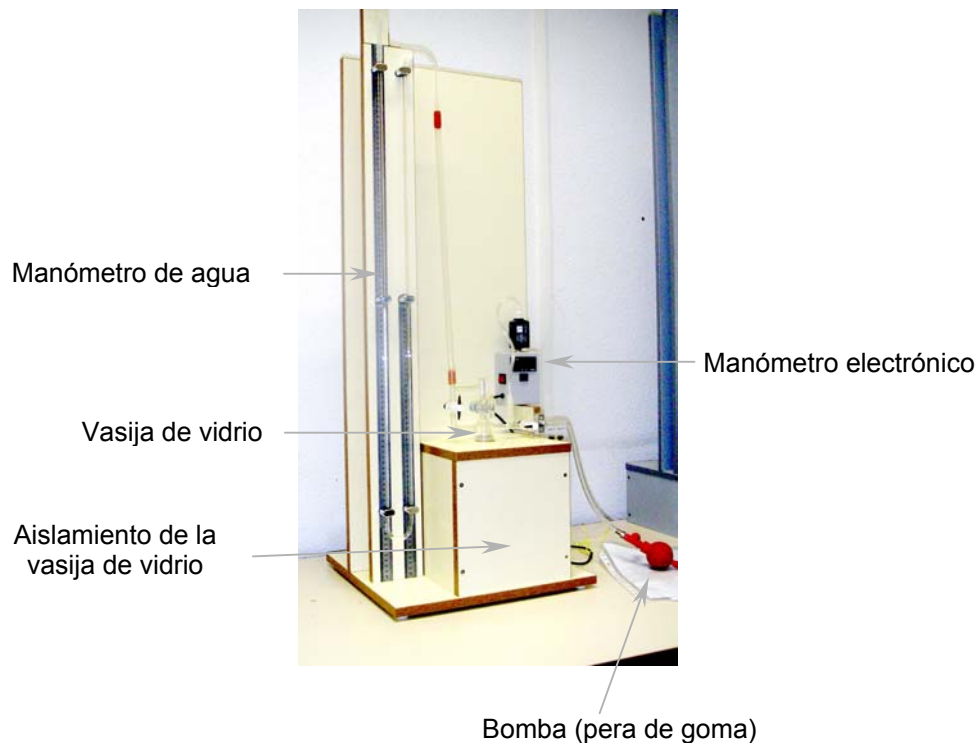
Fecha: 07/02/05

### 1. Objetivo de la práctica

Medir el coeficiente adiabático  $\gamma$  del aire realizando una expansión rápida.

### 2. Material

- Vasija de vidrio aislada térmicamente (~3 lit.)
- Manómetro de agua (~5 mm $\phi$ ) ligeramente coloreada y sistema “antiducha”
- Manómetro electrónico (hasta 10<sup>4</sup> P)
- Llaves de vidrio de cierre hermético
- Bomba de aire (perilla de goma con válvulas)



### 3. Teoría

#### 3.1. Expansión adiabática

Dado un sistema termodinámico cualquiera, se define como transformación adiabática ideal aquella en la que el sistema no intercambia calor con el exterior. Las transformaciones adiabáticas aproximadas juegan un papel importante en muchos procesos industriales (por ejemplo en la Industria del Frío) y en fenómenos fundamentales en la Naturaleza (por ejemplo en el enfriamiento del aire con la altura). Si expresamos el primer principio de la Termodinámica mediante la ecuación

$$dU + dW - dQ = 0 \quad (1)$$

donde  $dU$  es la variación de energía interna y  $dW$  y  $dQ$  son respectivamente los intercambios de trabajo y calor que realiza el sistema, para una transformación adiabática (en la que por definición  $dQ = 0$ ) se verifica que:

$$dU + dW = 0 \quad (2)$$

En el caso particular de los gases ideales, la relación entre la presión  $P$  y el volumen  $V$  de un gas que experimenta un proceso adiabático, siempre que sea reversible, viene dada por (véase cualquier libro de Física General, por ejemplo la referencia [1]):

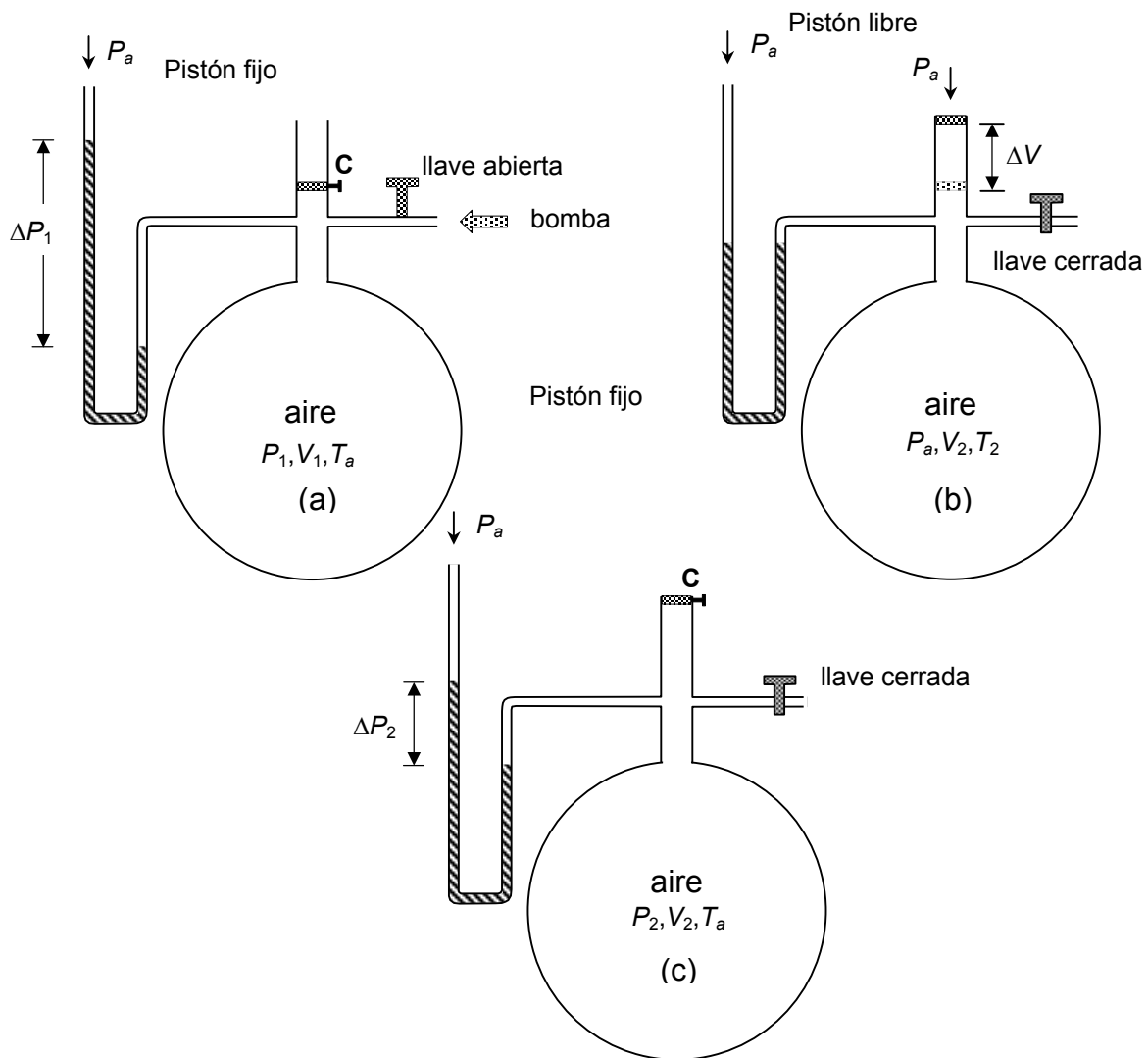
$$P V^\gamma = cte \quad (3)$$

donde  $\gamma$  es el denominado *coeficiente adiabático*, definido como la relación entre los calores específicos molares a presión constante y a volumen constante,  $C_p$  y  $C_v$  :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (4)$$

#### 3.2. Principio del método

El método utilizado para medir  $\gamma$  en esta práctica fue ideado por Clement y Desormes (véase la ref. [2], por ejemplo), y el principio básico del mismo se describe esquemáticamente en la Fig. 1. En un recipiente de vidrio de volumen inicial  $V_1$  y con la ayuda de una bomba se introduce una ligera sobrepresión de aire  $\Delta P_1$  respecto a la presión atmosférica  $P_a$ , de modo que se tiene una presión  $P_1 = P_a + \Delta P_1$ . El volumen  $V_1$  está determinado por la posición en la que se ha fijado el pistón de cierre **C** y el aire se supone a la temperatura ambiente  $T_a$ , de modo que el sistema se encuentra en la situación  $P_1, V_1, T_a$  (Fig. 1a).



**Figura 1.** Principio del método utilizado para medir el coeficiente adiabático.

Si en estas condiciones se libera el pistón (de masa despreciable), la presión se equilibra bruscamente con la atmosférica  $P_a$  mediante el aumento de volumen hasta el valor  $V_2$  (Fig. 1b). Entonces, lo más rápidamente posible, se vuelve a fijar el pistón en el nuevo volumen  $V_2$ . Debido a la rapidez de la expansión, el intercambio de calor del aire con el exterior es despreciable, de modo que se puede considerar un proceso aproximadamente adiabático. También se puede considerar aproximadamente reversible si  $\Delta V = V_2 - V_1$  es pequeño. Al mismo tiempo se produce enfriamiento del aire interior hasta la temperatura  $T_2 = T_a - \Delta T$ . Por tanto, justo después de la expansión el sistema se encuentra en  $P_a, V_2, T_2$  (Fig. 1b). En unos minutos el aire interior recupera la temperatura ambiente  $T_a$ , pero como el pistón quedó fijado en  $V_2$ , la presión sube hasta un cierto valor  $P_2 = P_a + \Delta P_2$  y la

situación final del sistema es  $P_2, V_2, T_a$  (Fig. 1c). Por tanto, podremos aplicar las siguientes relaciones. Durante la expansión adiabática se cumple la (3), es decir

$$P_1 V_1^\gamma = P_a V_2^\gamma \quad (5)$$

luego:

$$\frac{P_a}{P_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \quad (6)$$

Y entre las condiciones iniciales  $(P_1, V_1)$  y finales  $(P_2, V_2)$  debe cumplirse la ley de Boyle-Mariote para las transformaciones isotermas porque en ambas se tiene la misma temperatura ambiente  $T_a$ , es decir:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (7)$$

Substituyendo este valor en la ecuación (6) podemos eliminar los volúmenes y nos queda:

$$\frac{P_a}{P_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^\gamma \quad (8)$$

o tomando logaritmos:

$$\log \frac{P_a}{P_1} = \gamma \log \frac{P_2}{P_1} \quad (9)$$

De modo que se puede calcular el valor de  $\gamma$  a partir de las presiones observadas  $P_1, P_a$  y  $P_2$ . Como las sobrepresiones  $\Delta P_1 = P_1 - P_a$  y  $\Delta P_2 = P_2 - P_a$  respecto a la presión atmosférica son muy pequeñas, es conveniente hacer las medidas con respecto a  $P_a$  usando un manómetro como se explica más abajo, y resulta cómodo expresar la (9) en la forma:

$$\log \frac{P_a}{P_a + \Delta P_1} = \gamma \log \frac{P_a + \Delta P_2}{P_a + \Delta P_1} \quad (10)$$

### 3.3. Variación de temperatura

También se puede calcular el descenso de temperatura del aire del recipiente teniendo en cuenta las condiciones antes  $(P_1, V_1, T_a)$  y después  $(P_a, V_2, T_2)$  de la expansión adiabática. Si combinamos la ecuación (3) con la ecuación de estado de los gases perfectos

$$nR = \frac{P_1 V_1}{T_a} = \frac{P_a V_2}{T_2} \quad (11)$$

(donde  $n$  es el número de moles de aire y  $R$  la constante de los gases perfectos) es fácil llegar a la siguiente relación entre las presiones y las temperaturas en un proceso adiabático:

$$T_2 P_1^{1-\frac{1}{\gamma}} = T_a P_a^{1-\frac{1}{\gamma}} \quad (12)$$

Por tanto, la temperatura  $T_2$  inmediatamente después de la expansión adiabática es

$$T_2 = T_a \left( \frac{P_a}{P_a + \Delta P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (13)$$

Otro modo de calcular el descenso de temperatura es utilizar las etapas finales  $(P_a, V_2, T_2)$  y  $(P_2, V_2, T_a)$ . Tendremos una transformación a volumen constante y el cambio de presión  $P_a \rightarrow P_2$  está relacionado con el cambio de temperatura  $T_2 \rightarrow T_a$  por la relación

$$\frac{P_a}{P_2} = \frac{P_a}{P_a + \Delta P_2} = \frac{T_2}{T_a} \quad (14)$$

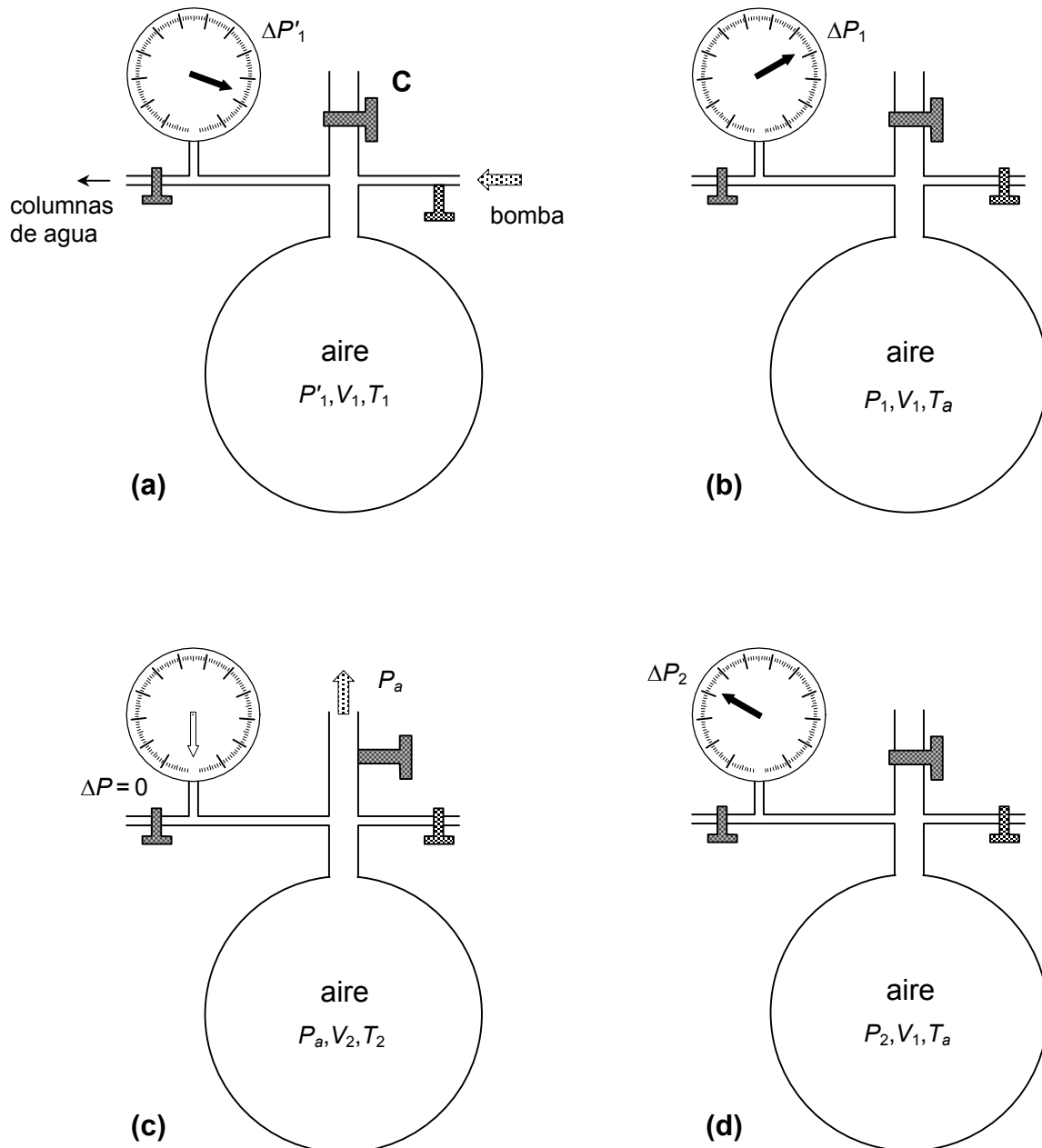
## 4. Método experimental

### 4.1. Calibración del manómetro electrónico

Como los valores  $\Delta P_1$  y  $\Delta P_2$  son una fracción muy pequeña de la presión atmosférica  $P_a$ , es preferible utilizar un manómetro electrónico más sensible que el manómetro de agua. Debido a esta sensibilidad, el manómetro electrónico debe ser calibrado cada vez antes de las medidas; también requiere un cierto tiempo de calentamiento para que se establezca el “cero”. Cuando el sensor está abierto (presión  $P_a$ ) este valor debería ser cero, pero en general no lo es y por tanto se debe anotar para restarlo de las medidas (atención al signo, si es – hay que sumarlo). Para calibrarlo se utilizará el manómetro de columnas de agua como se muestra en el esquema experimental de la Fig. 2.

1. Se abren las llaves B (de la bomba) y A (del manómetro de agua) y se cierra la C (de expansión). De este modo se mide la presión interior de la vasija con los dos manómetros simultáneamente y se pueden comparar ambas medidas. Bombeando aire (con la pera de goma) hacia dentro se aumenta la presión

interior hasta  $\Delta P \sim 500 \text{ P}$  y se anota el valor en la Tabla 1 junto con la diferencia de alturas  $\Delta h$  en las columnas de agua. Durante la compresión el aire se calienta un poco, por lo que conviene esperar hasta que su temperatura se iguale con la ambiente  $T_a$  de modo que la presión se estabilice y se pueda medir mejor. Por esta razón, para llegar a  $\sim 500 \text{ P}$  se debe de comprimir hasta unos  $\sim 600 \text{ P}$ .



**Figura 2.** Representación esquemática de los pasos que hay que dar para realizar la medida.

2. Se continúa el proceso aumentando la presión en  $\sim 500$  P cada vez hasta unos 3.000 P (no se debe llegar a  $\sim 4.000$  P porque el agua podría salir expulsada de los tubos) y se anotan los resultados en la Tabla 1.
3. La presión del manómetro de agua también se anota en la Tabla 1 (vendrá dada por  $\Delta P_{ag} = \rho_{ag} g \Delta h$  siendo  $\rho_{ag}$  la densidad del agua y  $g$  la aceleración de la gravedad).
4. Representando gráficamente  $\Delta P_{ag}$  en función de la  $\Delta P$  corregida por el cero, se obtiene la pendiente de la recta que da el factor de calibración del manómetro electrónico y su error (primero visualmente y después por mínimos cuadrados).

#### 4.2. Sistema experimental de expansión adiabática

Para simplificar el sistema experimental de medida, el método usado aquí difiere ligeramente del representado en la Fig. 1, y se ha ilustrado en la Fig. 2. En vez del pistón se ha colocado una llave **C**.

1. Con la llave **C** cerrada, se impele aire con la bomba (pera de goma) hasta una cierta presión  $P'_1$  (Fig. 2a); la temperatura sube hasta  $T_1$  por el calor generado durante la pequeña compresión. Cerrando ahora la llave de la bomba, se esperan unos minutos para que vuelva a temperatura ambiente  $T_a$  otra vez (Fig. 2b). Durante este proceso la presión baja hasta el valor  $P_1 = P_a + \Delta P_1$ .
2. Ahora se realiza la expansión adiabática abriendo la llave **C** durante un intervalo breve de tiempo (Fig. 2c), el **mínimo posible para recuperar la presión  $P_a$  ( $\Delta P = 0$ )**. Como consecuencia el aire interior se enfría ligeramente. Con este sistema experimental, al abrir **C**, el volumen de aire  $\Delta V = V_2 - V_1$  sale al exterior y se pierde, mientras que en la Fig. 1 quedaba atrapado por el émbolo.
3. Después de unos minutos, el aire interior recupera la temperatura ambiente y la presión sube hasta el valor final  $P_2 = P_a + \Delta P_2$  (Fig. 2d). Comparando con el esquema de la Fig. 1, el aumento de presión  $\Delta P_2$  corresponde al calentamiento del volumen  $V_1$  en vez del volumen  $V_2$  de la Fig. 1, pero la diferencia  $\Delta V = V_2 - V_1$  es inferior al 1% de  $V_1$  por lo que el error que se comete al despreciarla es menor que otros errores experimentales. A cambio de este pequeño error se ha simplificado mucho el montaje experimental.

**NOTA.** Las medidas experimentales en termodinámica, caso de esta Práctica, implican procesos naturales y por tanto irreversibles. En cambio, las fórmulas que se

suelen usar, las de los gases perfectos en este caso, están basadas en procesos reversibles. Para que la medida se realice próxima a la reversibilidad se deben usar variaciones pequeñas de presión, volumen y temperatura.

## 5. Resultados

- A) Para determinar el coeficiente adiabático  $\gamma$  del aire, se debe repetir el experimento cinco veces, tomando cinco presiones iniciales  $\Delta P_1$  diferentes entre  $\sim 300 \text{ P}$  y  $\sim 1.500 \text{ P}$ . Se anotan los diferentes valores en la Tabla 1 y se representan

$$\log \frac{P_a}{P_a + \Delta P_1}$$

en función de

$$\log \frac{P_a + \Delta P_2}{P_a + \Delta P_1}$$

El valor de  $P_a$  y su error se toma del barómetro de mercurio del Laboratorio. De acuerdo con la relación (10), la pendiente de la recta que mejor se ajuste al conjunto de puntos será el valor de  $\gamma$ . Se debe estimar el error a partir de esta misma gráfica.

- B) En las cinco medidas del apartado anterior, hay que calcular el enfriamiento (disminución de temperatura  $\Delta T = T_a - T_2$ ) experimentado por el aire durante la transformación adiabática, utilizando tanto la expresión (13) como la (14). Se anotan los valores en la Tabla 1 y se comentan los resultados.
- C) También se pide determinar los calores específicos molares a volumen y presión constante,  $C_v$  y  $C_p$ , a partir del valor medido de  $\gamma$ , y sabiendo que  $C_p = C_v + R$  (donde  $R$  es la constante de los gases perfectos).

- **PRECAUCIONES:**

- Al impeler aire a presión con la bomba de mano: la columna de agua de la derecha del manómetro **no debe sobrepasar el codo más bajo**, porque en ese caso saldrá expelida por arriba (la columna de la izquierda no tendrá suficiente longitud de agua para compensar la presión de la vasija). Aunque se ha instalado un sistema que evita que el alumno “se duche”, la vuelta del agua conlleva burbujas de aire que tardan en eliminarse y falsean la medida.
- Los tubos del manómetro son muy frágiles y no se deben forzar.



## **Bibliografía**

1. F. W. Sears, M. W. Zemansky, H. D. Young y R. A. Freedman, “Física Universitaria”, Ed. Pearson Educación (1999).
2. J. Aguilar Peris, *Termodinámica y Mecánica Estadística*, Saber, Valencia (1962).

**Tabla 1.** Calibración del manómetro electrónico con las columnas de agua  
(Resolución manómetro:  $\pm$  P; Precisión reglas  $\pm$  mm)

$P, P$ (manóm. electr.)	$P, P$ (cero corregido)	$h_{\text{agua}},$ (mm)	$P_{\text{agua}}, P$

**Tabla 2.** Valores experimentales para calcular  $\gamma$  y el cambio de temperatura  $\Delta T$   
(Barómetro de Hg:  $P_a = \pm$  P)

$\Delta P_1 \pm \Delta(\Delta P_1)$ (P)	$\Delta P_2 \pm \Delta(\Delta P_2)$ (P)	$\frac{P_a}{P_a + \Delta P_1}$ $\pm A$	$\frac{P_a + \Delta P_2}{P_a + \Delta P_1}$ $\pm B$	$\log \frac{P_a}{P_a + \Delta P_1}$ $\pm C$	$\log \frac{P_a + \Delta P_2}{P_a + \Delta P_1}$ $\pm D$	$(\Delta T \pm E)^\circ\text{C}$ ec. (13)	$(\Delta T \pm F)^\circ\text{C}$ ec. (14)

$$A = \frac{\Delta P_1 \Delta P_a - P_a \Delta(\Delta P_1)}{(P_a + \Delta P_1)^2}$$

$$B = \frac{(P_a - \Delta P_a) \Delta(\Delta P_1) - (P_a - \Delta P_1) \Delta(\Delta P_2) + (\Delta P_1 - \Delta P_2) \Delta P_a}{(P_a + \Delta P_1)^2}$$

$$C = \frac{\Delta P_1 \Delta P_a - P_a \Delta(\Delta P_1)}{P_a + \Delta P_1}$$

$$D = \frac{(P_a - \Delta P_2) [(P_a - \Delta P_a) \Delta(\Delta P_1) - (P_a - \Delta P_1) \Delta(\Delta P_2) + (\Delta P_1 - \Delta P_2) \Delta P_a]}{P_a + \Delta P_1}$$

$$E = \frac{1}{\gamma^2 (P_a + \Delta P_1)^2} \times \left\{ \left( \frac{P_a}{P_a + \Delta P_1} \right)^{-1/\gamma} \left[ T_a \gamma (\gamma - 1) \Delta P_1 \Delta P_a + \gamma P_a (\gamma (P_a + \Delta P_1) \Delta T_a - T_a (\gamma - 1) \Delta P_1) + P_a T_a ((P_a + \Delta P_1) \log \left( \frac{P_a}{P_a + \Delta P_1} \right)) \right] \right\}$$

$$F = \frac{P_a^2 \Delta T_a + P_a [\Delta T_a \Delta P_2 - T_a \Delta(\Delta P_2) - T_a \Delta P_a \Delta P_2]}{(P_a + \Delta P_2)^2}$$