EL PÉNDULO SIMPLE

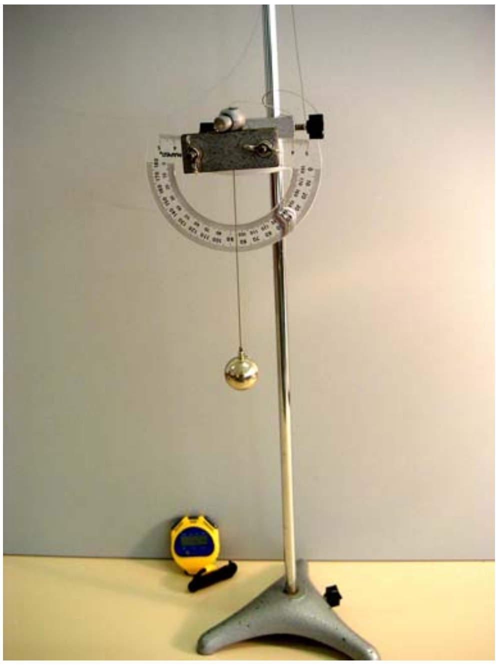
Fecha: 07/02/05

1. Objetivo de la práctica

Estudio del péndulo simple. Medida de la aceleración de la gravedad, *g*.

2. Material

- Péndulo simple con transportador graduado
- Cronómetro
- Regla milimetrada



3. Teoría

El péndulo simple se define en Física como un punto material (de masa m) suspendido de un hilo (de longitud l y masa despreciable) en el campo de gravedad de la Tierra. Cuando hacemos oscilar la masa, desplazándola de modo que el hilo forme un ángulo muy pequeño con la vertical, describe aproximadamente un movimiento armónico simple. En efecto (véase la Fig. 1), al soltar la masa en reposo desde la posición A, la fuerza que actuará sobre ella será la componente tangencial del peso:

$$F = -mg \operatorname{sen} \theta \qquad (1)$$

Ahora bien, para ángulos muy pequeños, podemos hacer las aproximaciones:

$$\operatorname{sen} \theta \cong \theta \qquad (\theta \text{ en radianes}) \qquad (2)$$

$$s = \theta \cdot l \cong x \qquad (\text{véase la Fig. 1}) \qquad (3)$$

Sustituyendo (2) y (3) en (1) se tiene:

$$F = -\frac{mg}{l}x = -K \cdot x \qquad (4)$$

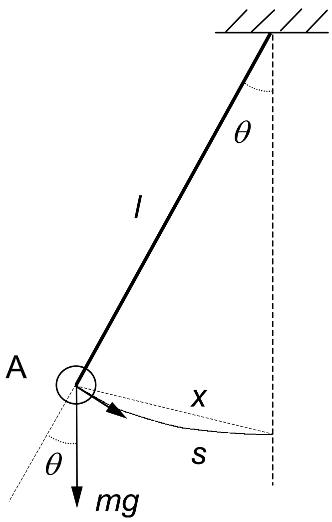


Fig. 1. Esquema del péndulo simple

es decir, la fuerza es proporcional y de signo contrario al desplazamiento, siendo la constante:

$$K = \frac{mg}{l} \qquad (5)$$

Este tipo de fuerza recuperadora es la que caracteriza al movimiento armónico simple, en el que la frecuencia de oscilación ω viene dada por la relación

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad \mathbf{(6)}$$

siendo T el periodo de oscilación. Sustituyendo (5) en (6), obtenemos la expresión para el periodo de las oscilaciones del péndulo simple:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (7)$$

A partir de esta expresión se puede determinar el valor de g si se miden l y T experimentalmente.

4 Medidas a realizar. Resultados

4.1 Recomendaciones para las medidas

a) De acuerdo con la aproximación usada en (2) y (3), las fórmulas anteriores deberán ser aplicables con confianza siempre que la amplitud de oscilación sea pequeña (con $\theta \lesssim 5^\circ$ la diferencia θrad– sen $\theta \lesssim 10^{-4}$). Así también disminuyen las pérdidas por rozamiento por ser menor la velocidad media del movimiento.

b) Como la masa no es puntual, la longitud del péndulo es la distancia desde el punto de sujeción hasta el centro de masas de la bola, es decir la longitud del hilo más el radio de la bola.

c) Para que el péndulo se comporte como un oscilador armónico, es necesario evitar cualquier rozamiento del hilo.

4.2. Toma de datos

a) Inicialmente se sujeta el péndulo con una longitud de hilo $l \sim 1$ m (se puede dejar colgando por fuera del borde de la mesa). Una vez estabilizadas las oscilaciones pequeñas, se mide el periodo de oscilación. Para reducir el error en la medida, se mide el tiempo que ha tardado el péndulo en efectuar n oscilaciones (n = 10, por ejemplo). El periodo vendrá dado por:

$$T = \frac{\text{tiempo de } n \text{ oscilaciones}}{n},$$

Se anota el resultado T_1 en la Tabla 1

b) Se repite a) dos veces más para determinar T_2 y T_3, se calcula la media T y la desviación típica ΔT, así como T^2 y $\Delta(T^2) \cong 2T\Delta T$.

c) Se repiten los pasos a) y b) para valores de l aproximadamente de: 0,8 m; 0,6 m; 0,4 m; y 0,2 m.

d) Teniendo en cuenta que la ecuación (7) se puede escribir en la forma:

$$l = \frac{g}{4\pi^2} T^2 \tag{8}$$

si se representan gráficamente los valores de l, anotados en la Tabla 1, en función de T^2, los puntos se deben distribuir a lo largo de una recta de pendiente $pend = g/(4\pi^2)$. Obténgase el valor de g y su error del valor de la pendiente medido en la gráfica, primero visualmente y después por mínimos cuadrados:

$$g = pend \cdot 4\pi^2 \tag{9}$$

Medidas adicionales (no son obligatorias)

a) Compruébese la disminución del error de T al aumentar el número de oscilaciones utilizadas en su medida. Para ello, con una longitud de hilo fija (por ejemplo 50 cm), mídase el periodo para $n = 5$, 10, 15 y 20 oscilaciones. Determínese la disminución en el error de T al aumentar el número de oscilaciones.

b) Si el ángulo inicial de oscilación θ no es pequeño, como exigen las condiciones (2) y (3), el movimiento del pédulo deja de ser armónico. Se dice que es *anarmónico*, y, además de la frecuencia fundamental, aparecen otras que son múltiplos de ella. Como consecuencia, el periodo T medido experimentalmente depende del valor del ángulo inicial. El cálculo de T, más complejo que el de las fórmulas anteriores, da una expresión que consiste en una suma de términos cada vez más pequeños o desarrollo en serie de potencias (véase algún libro de Mecánica, por ejemplo la referencia 3). Quedándonos con los tres primeros términos que son los más importantes, se escribe:

$$T_{anarm} = T_{arm}\left(1 + \frac{1}{4}\mathrm{sen}^2\frac{\theta}{2} + \frac{9}{64}\mathrm{sen}^4\frac{\theta}{2} + \ldots\right) \tag{10}$$

Para una longitud fija (por ejemplo $l \sim 50$ cm), mídase el periodo T para valores de θ de 5º (valor T_{arm} de referencia), 45º y 80º, anotándose en la Tabla 2. Se observará que, para ángulos grandes, la amplitud θ va disminuyendo rápidamente durante las oscilaciones debido al rozamiento. Para paliar el error asociado a este efecto, conviene tomar sólo una serie de 10 oscilaciones y hacer el promedio de los valores de θ en las oscilaciones primera y décima. Compárense los valores de T_{anarm} medidos y calculados por la expresión (10).

Bibliografía

1. Alonso M. y Finn E. J., "Física" Vol. I, Ed. Addison-Wesley Iberoamericana (1986).
2. Sears F. y Zemansky M., "Física General", Ed. Aguilar (1981).

3. C. Kittel, W. D. Knight y M. A. Ruderman, "Mecánica" del *Berkeley Physics Course*, Ed Reverté, Barcelona (1968).

Tabla 1. Anotaciones de l y de T
(Precis. regla: ± mm; precis. cronómetro: ± s)

l, m	T_1, s	T_2, s	T_3, s	$T \pm \Delta T$, s	$T^2 \pm 2T\Delta T$, s^2

Tabla 2. Reducción del error ΔT con n

n	t, s	$T \pm \Delta T$, s
5		
10		
15		
20		

Tabla 3. Anotaciones para ángulos grandes
(Precis. transportador: ± º)

θ°	t_1 (s)	$T_{anarm} \pm \Delta T_{anarm}$ (s)	$T_{anarm} \pm \Delta T_{anarm}$ (calculado, s)